

Automazione Industriale

Prof. G. Ferrari Trecate

Prova scritta - 10 Luglio 2007

1. Si consideri il problema PL

$$\begin{array}{ll} \max_{x_1, x_2} & x_2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 & = 0 \\ x_1 + x_2 + x_4 & = 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq 0 \end{array}$$

1.1 Si verifichi che la base B associata alle variabili di base x_1, x_2 è ammissibile.

1.2 Si costruisca il tableau in forma canonica rispetto a B .

1.3 Partendo dal tableau ricavato al punto precedente, si determini se è necessario eseguire ulteriori iterazioni del metodo del simplesso per risolvere il problema PL.

2. Si consideri il problema PL

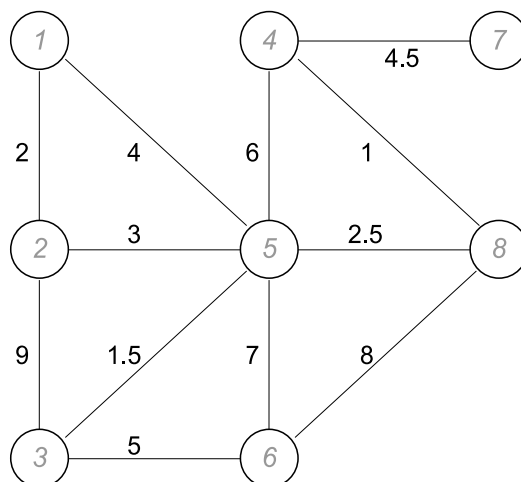
$$\begin{array}{ll} \min_{x_1, x_2} & 3x_1 + 6x_2 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 & = 8 \\ 4x_1 + x_2 + x_4 & = 8 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq 0 \end{array}$$

per il quale il tableau ottimo è dato da

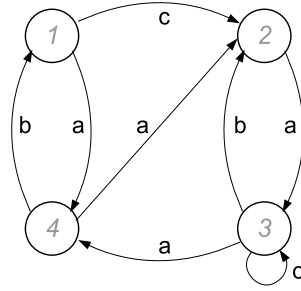
$-z$	0	x_1	x_2	x_3	x_4
		3	6	0	0
x_3	8	2	4	1	0
x_4	8	4	1	0	1

Assumendo che il costo diventi $3x_1 + (6 + \beta)x_2$ trovare tutti i valori di β tali per cui la base ottima non cambia.

3. Si consideri la rete non direzionata rappresentata in figura. Calcolare e disegnare l'albero minimo.



4. Si consideri l'automa a stati finiti in figura



ove $C = \{a, b, c\}$ è l'insieme dei controlli e $S = \{1, 2, 3, 4\}$ è l'insieme degli stati. Si consideri inoltre la funzione di costo intermedio $g(x, u)$ data dalla tabella seguente

	a	b	c
1	1	-	3
2	2	-	-
3	1	2	0
4	2	0	-

ed il costo terminale

$$g_2(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 1 \\ 2 & \text{se } x = 2 \\ 0 & \text{se } x = 3 \\ 0 & \text{se } x = 4 \end{cases}$$

4.1 Utilizzando la programmazione dinamica si risolva il problema di controllo ottimo

$$J(x_0) = \min_{u_0, u_1} g_2(x) + \sum_{k=0}^1 g(x_k, u_k)$$

4.2 Si determini la sequenza di controlli ottimi partendo da $x_0 = 1$ ed il valore del costo ottimo.

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. Punteggio: risposta esatta= 1, errore= -0.5, non risponde= 0.

V F

(a) Siano P_1 , P_2 e P_3 tre problemi di riconoscimento. Se $P_1 \propto P_2$, $P_2 \propto P_3$ e $P_3 \in \text{NP}$ allora $P_1 \in \text{NP}$ ($P_1 \propto P_2$ indica che P_1 può essere ridotto in tempo polinomiale a P_2).

☐ ☐

(b) Sia $G = (V, E, k)$ una rete di flusso ($k(e)$ è la capacità dell'arco $e \in E$). Dati un flusso ammissibile x ed una sezione $(S, V \setminus S)$ allora $\phi_0 \leq k(S)$ ove ϕ_0 è il valore del flusso e $k(S)$ è la capacità della sezione.

☐ ☐

(c) Sia $\min_x \{f(x) : g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m\}$ un problema di programmazione convessa, ove $x \in \mathbb{R}^n$. Se x_1^* e x_2^* sono due soluzioni ottime, allora $x_1^* = x_2^*$.

☐ ☐

(d) Sia $G = (V, E, c)$ una rete direzionata. Dati $v_1 \in V$ e $v_2 \in V$, il problema di trovare un cammino semplice di costo minimo da v_1 a v_2 è NP-hard.

☐ ☐