

# Automazione Industriale

Prof. G. Ferrari Trecate

Prova scritta - 17 Luglio 2009

1. Si consideri il problema di programmazione convessa

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} \quad & x_1^2 + x_2^2 \\ & x_2 \geq -2 \\ & x_1 \geq 1 \end{aligned}$$

Si risolva il problema utilizzando le condizioni KKT e si dica se esse sono necessarie per l'ottimalità della soluzione.

2. Si consideri il problema PL

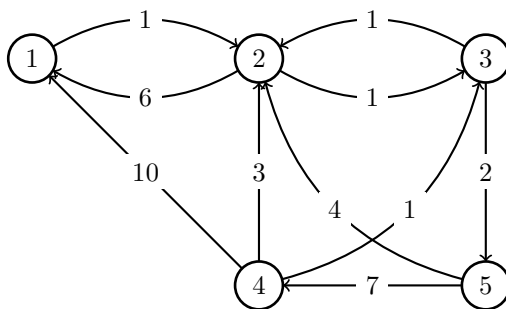
$$\begin{aligned} \max_{x_1, \dots, x_4} \quad & x_1 + x_2 \\ -\frac{1}{2}x_1 - x_2 + x_3 \quad & = -2 \\ \frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_4 \quad & = 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \quad & \geq 0 \end{aligned}$$

**2.1** Sapendo che la base associata alle variabili  $x_2$  e  $x_3$  è ammissibile, risolvere il problema tramite la fase 2 del metodo del simplesso partendo da tale base.

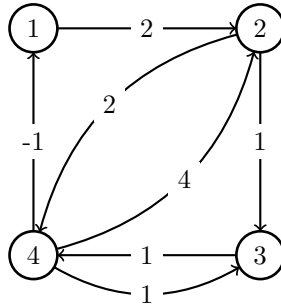
**2.2** Supponendo che il costo diventi  $x_1 + (1 + \alpha)x_2 + \beta x_4$  trovare tutti i valori di  $\alpha$  e  $\beta$  tali per cui la base ottima non cambia.

**2.3** Ricavare i valori dei moltiplicatori ottimi.

3. Si consideri la rete direzionata rappresentata in figura. Calcolare i cammini minimi dal nodo 4 a tutti gli altri nodi.



4. Si consideri la rete direzionata in figura



4.1 Utilizzando la programmazione dinamica si calcolino i cammini minimi che arrivano al nodo 2 da tutti gli altri nodi.

4.2 Utilizzando i risultati trovati al punto precedente, si determini un cammino minimo partendo dal nodo 3 ed il costo di tale cammino.

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. Punteggio: risposta esatta= 1, errore= -0.5, non risponde= 0.

$V$      $F$

(a) Se un problema PL è illimitato il suo duale è inammissibile.

(b) Si consideri un problema di ottimizzazione in forma di minimizzazione e ammissibile. Allora il costo ottimo del duale è sempre minore o uguale al costo ottimo del primale.

(c) Siano  $P_1$  e  $P_2$  due problemi di riconoscimento. Se  $P_1$  è NP,  $P_2$  è NP-completo e  $P_2 \propto P_1$  allora  $P_1$  è NP-completo.

(d) Si consideri una rete di flusso  $G = (V, E, k)$  e sia  $\bar{k}$  il valore massimo delle capacità. Allora in un passo dell'algoritmo di Ford-Fulkerson l'incremento del valore del flusso non può essere strettamente maggiore di  $\bar{k}$ .