

Automazione Industriale

Prof. G. Ferrari Trecate

Prova scritta - 19 Febbraio 2010

1. Una distilleria utilizza quattro tipi di aromi (C_1, C_2, C_3, C_4) in proporzioni opportune al fine di ottenere due liquori detti di tipo A e di tipo B. La disponibilità ed i costi di ogni aroma sono indicati nella tabella seguente.

	C_1	C_2	C_3	C_4
Disponibilità (g)	4000	2000	2500	2000
Costo (Euro / g)	0.5	0.1	0.3	0.5

I liquori devono rispettare i vincoli seguenti sulle percentuali di ciascun aroma utilizzato nella produzione.

	% di C_1	% di C_2	% di C_3	% di C_4
Tipo A	non più del 10%	non meno del 10%		non meno del 10%
Tipo B	non meno del 30 %		non più del 10%	

Il prezzo di vendita è di 4 Euro/g per il liquore A e 2 Euro/Kg per il liquore B.

Si scriva il problema di programmazione lineare per trovare la quantità ottimale di aromi tale da massimizzare il guadagno derivante dalla vendita dei liquori.

2. Si consideri il problema PL

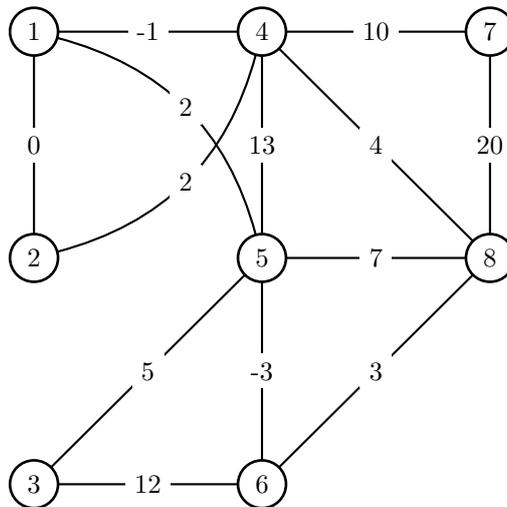
$$\begin{aligned}
 \min_{x_1, x_2} \quad & x_1 + 3x_2 \\
 & 2x_1 - x_2 \leq 6 \\
 & -2x_1 - x_2 \leq -2 \\
 & x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

2.1 Si risolva il problema mediante l'interpretazione geometrica della PL.

2.2 Si scriva il problema duale e si calcoli il valore dei moltiplicatori ottimi.

2.3 Con riferimento al problema primale, si risolva la fase 1 del metodo del semplice in forma tableau.

3. Si calcoli un albero minimo della rete rappresentata in figura. Si dica inoltre se la soluzione è unica.



4. Si consideri il progetto composto dalle attività $A_i, i = 1, \dots, 7$ le cui durate d_i sono

$$\begin{array}{cccc} d_1 = 2 & d_2 = 1 & d_3 = 4 & d_4 = 3 \\ d_5 = 2 & d_6 = 7 & d_7 = 8 & \end{array}$$

e che verificano le relazioni di precedenza diretta

$$\begin{array}{cccc} A_1 < A_2 & A_1 < A_3 & A_2 < A_4 & A_2 < A_7 \\ A_4 < A_5 & A_3 < A_6 & A_5 < A_6 & \end{array}$$

Ricavare una rappresentazione AOA del progetto e determinare i tempi di inizio “al più presto” e “al più” tardi di ogni attività. Si individui inoltre un cammino critico.

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. Punteggio: risposta esatta= 1, errore= -0.5, non risponde= 0.

V F

(a) Sia $G = (V, E, c)$ una rete direzionata. Dati $v_1 \in V$ e $v_2 \in V$, il problema di trovare un cammino semplice di costo minimo da v_1 a v_2 è polinomiale.

(b) Si consideri il problema $\min\{f(x) : g_i(x) \leq 0 \ i = 1, \dots, m\}$. Si assuma che ci sia dualità forte e che x^* e λ^* siano, rispettivamente, soluzioni ottime del problema primale e duale. Allora x^* massimizza $L(x, \lambda^*)$.

(c) Sia $G = (V, E, k)$ una rete di flusso ($k(e) > 0$ è la capacità dell'arco $e \in E$). Dati un flusso ammissibile x ed una sezione $(S, V \setminus S)$ allora si può avere $\phi_0 \geq k(S)$ ove ϕ_0 è il valore del flusso e $k(S)$ è la capacità della sezione.

(d) Un albero è sempre un grafo aciclico.