

# Fondamenti di Automatica

Prof. G. Ferrari Trecate

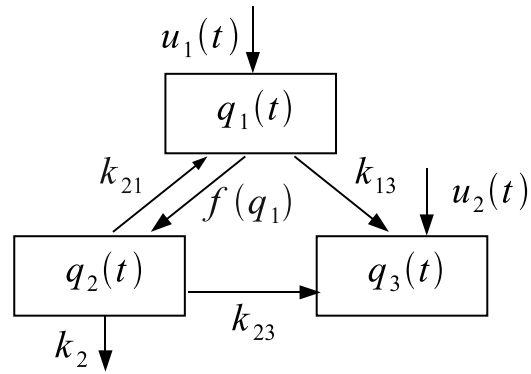
Prova scritta - 09 Luglio 2010

Cognome ..... Nome.....  
Matricola ..... Firma.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante la prova non è consentito uscire dall' aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno. In particolare non è consentito l'uso di calcolatrici **programmabili e/o con display grafico**.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi predisposti**. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la seconda facciata del fascicolo.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente

1. Si consideri il modello compartimentale in figura:



ove  $q_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$  sono le masse nei compartimenti misurate in  $Kg$ , le costanti di trasferimento (misurate in  $s^{-1}$ ) verificano  $k_{13} = k_{21} = 1$ ,  $k_{23} = 2$  e la portata di massa dal compartimento 1 al compartimento 2, misurata in  $Kg \cdot s^{-1}$ , è  $f(q_1) = \frac{q_1^3}{1+q_1^3}$ . L'uscita è la massa  $q_3(t)$ .

Si ricavino le equazioni del sistema dinamico che descrive il modello compartimentale.

2. Si consideri il sistema LTI

$$\dot{x}_1 = -x_1 - 3x_2 + \alpha x_3 + u$$

$$\dot{x}_2 = x_1$$

$$\dot{x}_3 = x_1 + 2x_2 - x_3$$

$$y = x_1 + 2x_2$$

**2.1** Si determini per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema è asintoticamente stabile.

**2.2** Si determini per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il sistema possiede autovalori non raggiungibili.

3. Si consideri il sistema nonlineare

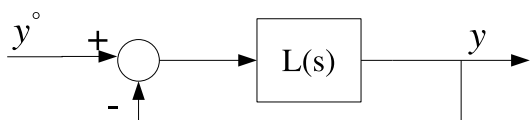
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\sqrt{2x_1} + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2^2 + u \\ y &= x_1\end{aligned}$$

**3.1** In corrispondenza dell'ingresso  $u(t) = \bar{u} = 1$  si determinino tutti gli stati di equilibrio e si ricavino i sistemi linearizzati attorno ad essi.

**3.2** Si ricavino le funzioni di trasferimento dei sistemi linearizzati, se ne discuta la stabilità BIBO e si dica se da questa informazione è possibile dedurre le proprietà di stabilità degli equilibri.



4. Si consideri il sistema di controllo



$$L(s) = \mu \frac{5s + 10}{s^2 - 20s + 101}$$

Sapendo che per  $\mu = 1$  si ha  $\angle L(11.9j) = 180^\circ$ , utilizzando il criterio di Nyquist si dica per quali valori di  $\mu \neq 0$  il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.



5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. Punteggio: risposta esatta= 1, errore= -0.5, non risponde= 0.

*V*    *F*

(a) Sia  $y(t)$ ,  $t \geq 0$  la risposta allo scalino di un sistema LTI del secondo ordine. Allora si ha  $y(0) = 0$ .

(b) Un sistema LTI ha sempre almeno uno stato di equilibrio per ogni ingresso  $u(t)$  costante.

(c) Si consideri il sistema con funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{s+2}{s+3}$ . Allora la risposta all'ingresso  $u(t) = e^{-2t}$  è  $y(t) = e^{-3t}$

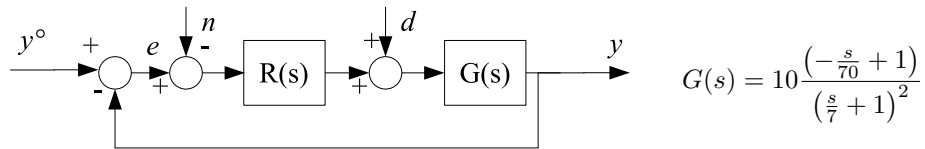
  

(d) Si consideri il sistema in anello chiuso rappresentato nell'esercizio 4. Se  $L(s) = \rho \frac{s}{(s+1)(s+2)}$  il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile per qualunque  $\rho > 0$

(e) Due sistemi LTI con la stessa risposta all'impulso dell'uscita stato sono equivalenti.

6. Si consideri il sistema di controllo in figura:



**6.1** Si progetti un regolatore con struttura  $R(s) = \mu_R \frac{\tau s + 1}{T s + 1}$  in modo che:

- L'errore a transitorio esaurito  $e_\infty$  verifichi  $|e_\infty| \leq 0.1$  quando  $d(t) = \text{sca}(t)$ ;
- il margine di fase  $\phi_m$  verifichi  $\phi_m \geq 75^\circ$ ;
- La banda passante del sistema in anello chiuso sia almeno pari a  $0.7 \text{ rad/s}$ .
- Un disturbo  $n(t) = \sin(\omega t)$ ,  $\omega \geq 7 \text{ rad/s}$  sia attenuato sull'uscita a regime di almeno  $10 \text{ db}$ .

Usare, se necessario, il foglio di carta semilogaritmica alla fine del fascicolo.

- 6.2** Si assumo che il processo sotto controllo sia  $\tilde{G}(s) = G(s)e^{-s\tau}$ . Utilizzando il regolatore progettato al punto precedente si determini il massimo ritardo  $\tau \geq 0$  che non compromette la stabilit  asintotica del sistema in anello chiuso.

