

# Fondamenti di Automatica

Prof. G. Ferrari Trecate

Prova scritta - 11 Luglio 2008

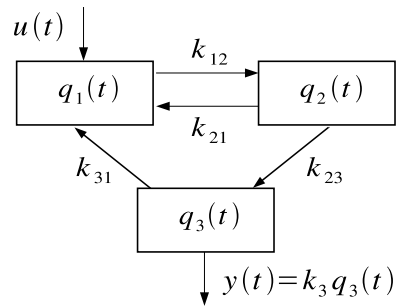
**Cognome** ..... **Nome** .....

**Matricola** ..... **Firma** .....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante la prova non è consentito uscire dall' aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno. In particolare non è consentito l'uso di calcolatrici **programmabili e/o con display grafico**.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi predisposti**. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la seconda facciata del fascicolo.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente

1. Si consideri il modello compartimentale in figura:



ove  $q_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$  sono le masse nei compartimenti misurate in  $Kg$ , le costanti di trasferimento (misurate in  $s^{-1}$ ) verificano  $k_{12} = k_{21} = k_{23} = k_{31} = k_3 = 1$ .

**1.1** Si ricavino le equazioni del sistema dinamico che descrive il modello compartimentale.

**1.2** Si ricavi la funzione di trasferimento del sistema e si dica se esso è in forma minima.

2. Si consideri il sistema dinamico

$$\dot{x}_1 = -\alpha x_1 - 2x_1^3 + (\alpha^2 - 1)x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_1 + \alpha u$$

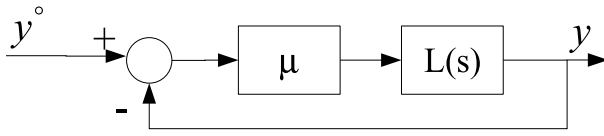
$$y = e^{x_1} x_1$$

ove  $\alpha$  è un parametro che verifica  $\alpha \geq 0$  e  $\alpha < 1$ .

**2.1** Si determini lo stato di equilibrio per  $u(t) = 0$  e si ricavi l'espressione del sistema linearizzato nell'intorno dell'equilibrio.

**2.2** Al variare di  $\alpha$  si studi la stabilità dell'equilibrio del sistema nonlineare mediante l'analisi del sistema linearizzato. Si determini inoltre se il sistema linearizzato è raggiungibile.

3. Si consideri il sistema di controllo



$$L(s) = 10 \frac{s + 25}{25 - s^2}$$

Si utilizzi il criterio di Nyquist per determinare tutti i valori di  $\mu \neq 0$  che rendono il sistema in anello chiuso asintoticamente stabile.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. Punteggio: risposta esatta= 1, errore= -0.5, non risponde= 0.

V    F

(a) Sia  $G(s)$  una funzione di trasferimento del primo ordine e asintoticamente stabile. Condizione sufficiente perchè la risposta allo scalino sia maggiore o uguale a zero ad ogni istante è che  $G(s)$  non possieda zeri a parte reale positiva.

(b) I modi di un sistema LTI con matrice  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  sono infinitesimi per  $t \rightarrow +\infty$ .

(c) Sia  $G(s)$  un sistema a fase minima. Se per  $\omega \in [1, 10]$  il diagramma asintotico di Bode del modulo ha pendenza pari ad 1 allora, sempre per  $\omega \in [1, 10]$ , il diagramma asintotico della fase vale  $+90^\circ$ .

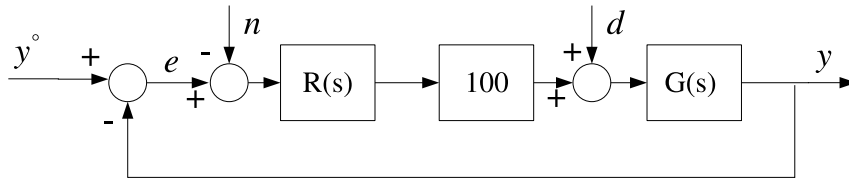
(d) La risposta  $y(t)$  all'ingresso  $u(t) = e^{-t}, \forall t \geq 0$  di  $G(s) = \frac{2-s}{s+2}$  verifica  $y(0^+) = -1$

(e) Sia  $g_x(t), t \geq 0$  la risposta all'impulso dello stato di un sistema LTI SISO e sia  $x_f(t)$  il movimento forzato di stato prodotto dall'ingresso  $u(t)$ . Allora si ha  $x_f(t) = \int_0^t g_x(t-\tau)u(\tau)d\tau, \forall t \geq 0$ .

5. Si consideri il sistema di controllo in figura:



$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

**5.1** Si determini la funzione di trasferimento del regolatore  $R(s)$  in modo che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e siano verificati i seguenti requisiti:

- regolazione robusta a zero dell'errore quando  $d(t) = -0.1\text{sca}(t)$ ;
- banda passante del sistema di controllo almeno pari a  $10 \text{ rad/s}$ .
- un disturbo  $n(t) = \cos(\omega t), \omega \geq 100 \text{ rad/s}$  sia attenuato sull'uscita a regime di un fattore almeno pari a 75.
- un disturbo  $d(t) = \sin(\omega t), \omega \leq 1 \text{ rad/s}$  sia attenuato sull'uscita a regime di un fattore almeno pari a 10.

Usare, se necessario, il foglio di carta semilogaritmica alla fine del fascicolo.





**5.2** Utilizzando il regolatore progettato al punto precedente, si stimi il tempo di assestamento della risposta allo scalino prodotta dal sistema di controllo. Inoltre, supponendo che  $G(s) = \frac{e^{-s\tau}}{(s+1)^2}$ , si determini per quali valori di  $\tau > 0$  il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

