Fondamenti di Automatica

Prof. G. Ferrari Trecate

Prova scritta - 13 Luglio 2007

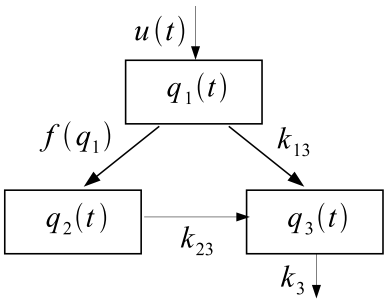
Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante la prova non è consentito uscire dall' aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno. In particolare non è consentito l'uso di calcolatrici **programmabili e/o con display grafico**.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi predisposti**. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non risultato sufficiente, utilizzare la seconda facciata del fascicolo.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente

1. Si consideri il modello compartimentale in figura:



ove $q_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ sono le masse nei compartimenti misurate in Kg, le costanti di trasferimento (misurate in s^{-1}) verificano $k_{13} = k_3 = 1$, $k_{23} > 0$ e la portata di massa dal compartimento 1 al compartimento 2, misurata in $Kg \cdot s^{-1}$, è $f(q_1) = q_1^3 + q_1$. L'uscita è la massa $q_3(t)$.

1.1 Si ricavino le equazioni del sistema dinamico che descrive il modello compartimentale.

1.2 Si ricavino gli stati di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = 0$ e si determinino le equazioni dei sistemi linearizzati nell'intorno di ogni equilibrio.

1.3 Si determini se i sistemi linearizzati ricavati al punto precedente sono osservabili quando $k_{23} = \frac{1}{2}$.

2. Si consideri il sistema LTI

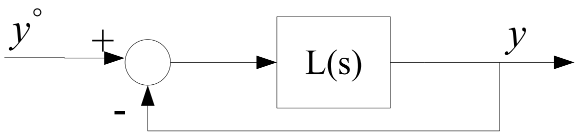
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= 2x_1 - x_2 + u\\ y &= -2x_1 + 2x_2\end{aligned}$$

2.1 Si studi la stabilità del sistema.

2.2 Si ricavi la funzione di trasferimento $G(s)$ e si dica se le proprietà di stabilità del sistema LTI e della funzione di trasferimento $G(s)$ coincidono.

2.3 Si tracci l'andamento qualitativo della risposta allo scalino. Si scrivano inoltre le istruzioni che permettono di tracciare la stessa risposta in MatLab.

3. Si consideri il sistema di controllo

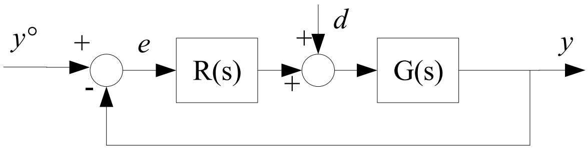


$$L(s) = \rho \frac{s + 10}{s^2 + \alpha s + 1}$$

3.1 Sia $\alpha = 0$. Utilizzando il luogo delle radici, si determini per quali valori di $\rho > 0$ il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

3.2 Sia $\alpha = 2$ e $\rho = 10$. **Verificando le ipotesi necessarie**, si determini, in via approssimata, il fattore di attenuazione dell'ingresso $y^o(t) = A\sin(100t)$ sull'uscita a regime.

4. Si consideri il sistema di controllo in figura:



$$G(s) = \frac{1 - \frac{s}{200}}{\left(\frac{s}{2}+1\right)\left(\frac{s}{220}+1\right)}$$

4.1 Si determini la funzione di trasferimento del regolatore $R(s)$ in modo che

(a) l'errore a transitorio esaurito e_∞ verifichi $|e_\infty| \leq 1$ quando $d(t) = 10.1\text{sca}(t)$;

(b) il margine di fase ϕ_m verifichi $\phi_m \geq 88°$;

(c) la pulsazione critica ω_c verifichi $\omega_c \geq 10\ rad/s$.

Usare, se necessario, il foglio di carta semilogaritmica alla fine del fascicolo.

4.2 Si supponga che $G(s)$ venga sostituita con $\tilde{G}(s) = G(s)e^{-s\tau}$. Determinare per quali valori di $\tau > 0$, il regolatore progettato al punto precedente garantisce che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile.

Universita degli Studi di Pavia