

# Fondamenti di Automatica

Prof. G. Ferrari Trecate

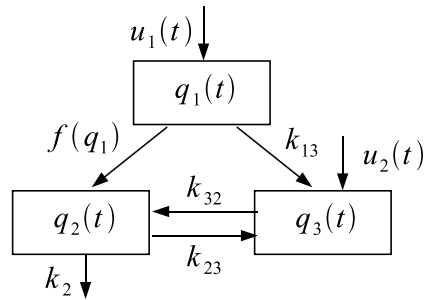
Prova scritta - 24 Settembre 2009

Cognome..... Nome.....  
Matricola..... Firma.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante la prova non è consentito uscire dall' aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno. In particolare non è consentito l'uso di calcolatrici **programmabili e/o con display grafico**.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi predisposti**. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la seconda facciata del fascicolo.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente

1. Si ricavino le equazioni del sistema dinamico che descrive il modello compartimentale in figura



ove  $q_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$  sono le masse nei compartimenti misurate in  $Kg$ , le costanti di trasferimento (misurate in  $s^{-1}$ ) verificano  $k_{13} = k_{32} = 1$ ,  $k_{23} = k_2 > 0$ . Inoltre la portata di massa dal compartimento 1 al compartimento 2 misurata in  $Kg \cdot s^{-1}$  è  $f(q_1) = \frac{q_1}{1+q_1}$ . L'uscita del sistema è la massa totale contenuta nei tre compartimenti.

2. Si consideri il sistema LTI

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_3 &= -x_1 - x_3 + u \\ y &= x_1 - 2x_2\end{aligned}$$

**2.1** Si studi la stabilità del sistema.

**2.2** Si determini se il sistema possiede autovalori non osservabili.

3. Si consideri il sistema nonlineare

$$\dot{x}_1 = (-x_1 - 2)x_2$$

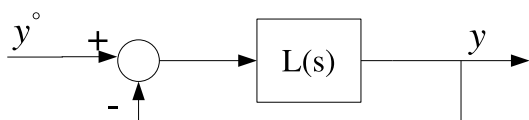
$$\dot{x}_2 = x_1 - x_2 + u$$

$$y = x_1$$

**3.1** In corrispondenza dell'ingresso  $u(t) = \bar{u} = 0$  si determinino tutti gli stati di equilibrio. Si ricavi l'espressione del sistema linearizzato **attorno all'equilibrio nullo**.

**3.2** Si ricavi la funzione di trasferimento del sistema linearizzato ricavato al punto precedente. Si tracci inoltre il grafico qualitativo della risposta allo scalino.

4. Si consideri il sistema di controllo



$$L(s) = \rho \frac{(s+1+j)(s+1-j)}{(s+2)^3}$$

Per  $\rho < 0$  si tracci il luogo delle radici e si dica per quali valori di  $\rho$  il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.



5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. Punteggio: risposta esatta= 1, errore= -0.5, non risponde= 0.

*V*    *F*

(a) Si consideri il sistema di controllo dell'esercizio 4. Se  $L(s)$  ha grado relativo 3, allora anche  $F(s)$  ha grado relativo 3.

(b) La connessione in parallelo di due sistemi LTI SISO a fase minima può essere instabile.

(c) Si consideri il sistema di controllo dell'esercizio 6. Se  $L(s)$  contiene un integratore e verifica il criterio di Bode, allora  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$  per  $n(t) = \text{sca}(t)$ .

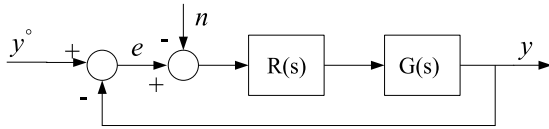
  

(d) Se un sistema LTI è raggiungibile, allora dato uno stato  $\tilde{x}$  esistono sempre un istante  $\tilde{t}$  e un ingresso  $\tilde{u}(t)$  tali che  $\phi(\tilde{t}, 0, 0, \tilde{u}) = \tilde{x}$ .

(e) Un movimento di stato di un sistema LTI è instabile solo se lo sono tutti i movimenti di stato.

6. Si consideri il sistema di controllo in figura:



$$G(s) = \frac{\left(-\frac{s}{100} + 1\right)^2}{\left(\frac{s}{10} + 1\right)^2 \left(\frac{s}{700} + 1\right)}$$

**6.1** Si progetti un regolatore modo che:

- (a) L'errore a transitorio esaurito  $e_\infty$  verifichi  $|e_\infty| \leq 0.1$  quando  $y^o(t) = \text{sca}(t)$ ;
- (b) il margine di fase  $\phi_m$  verifichi  $\phi_m \geq 75^\circ$ ;
- (c) La banda passante del sistema in anello chiuso sia almeno pari a  $1 \text{ rad/s}$ .
- (d) Un disturbo  $n(t) = \sin(\omega t)$ ,  $\omega \geq 100 \text{ rad/s}$  sia attenuato sull'uscita a regime di almeno  $30\text{db}$ .

Usare, se necessario, il foglio di carta semilogaritmica alla fine del fascicolo.

- 6.2** Si assuma che il processo sotto controllo sia  $\tilde{G}(s) = G(s)e^{-s\tau}$ . Utilizzando il regolatore progettato al punto precedente si determini il massimo ritardo  $\tau \geq 0$  che non compromette la stabilità asintotica del sistema in anello chiuso.

