Fondamenti di Automatica

Prof. G. Ferrari Trecate

Prima prova in itinere - 28 Aprile 2010

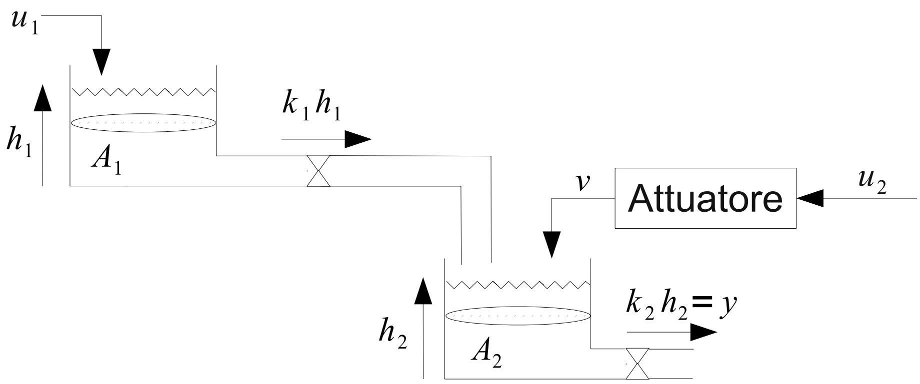
Cognome.............................. **Nome**..............................

Matricola.............................. **Firma**..............................

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante la prova non è consentito uscire dall' aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno. In particolare non è consentito l'uso di calcolatrici **programmabili e/o con display grafico**.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi predisposti**. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la seconda facciata del fascicolo.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente

1. Si consideri il sistema idraulico riportato in figura:



ove u_1 è una portata di ingresso (misurata in m^3/min), h_1 e h_2 sono i livelli di liquido nei serbatoi (misurati in m) ed y indica l'uscita. I serbatoi hanno sezioni $A_1 = A_2 = 2\ m^2$ e le portate uscenti da ogni serbatoio sono proporzionali al livello del liquido con costanti positive k_1 e k_2 (misurate in m^2/min). L'attuatore è un sistema dinamico del secondo ordine descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{h_1 + 1} x_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2 + u_2 \\ v &= x_2 \end{aligned}$$

che dipende dall'ingresso u_2 ed immette nel secondo serbatoio una portata di acqua v. Si ricavino le equazioni del sistema dinamico che descrive il sistema idraulico.

2. Si consideri il sistema LTI

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -4x_1 - 2x_2 + (3+\alpha)x_3 + u \\
\dot{x}_2 &= x_1 - x_3 \\
\dot{x}_3 &= x_2 - x_3 \\
y &= x_3 + \alpha x_2
\end{aligned}$$

ove $\alpha \in \mathbb{R}$ è un parametro.

2.1 Si determini per quali valori di α il sistema è asintoticamente stabile.

2.2 Per $\alpha = 1$, si dica se il sistema possiede autovalori non osservabili.

3. Si consideri il sistema SISO

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^2(x_2 - 2) + u \\ \dot{x}_2 &= (x_1 - \alpha)(x_2 - 2) - x_2 \\ y &= x_1 x_2\end{aligned}$$

ove $\alpha \neq -1$ è un parametro.

3.1 Si ricavino gli stati di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = 0$ e si determinino le equazioni dei sistemi linearizzati nell'intorno degli equilibri.

3.2 Per $\alpha \neq -1$, si studi la stabilità degli equilibri ricavati al punto precedente utilizzando i sistemi linearizzati.

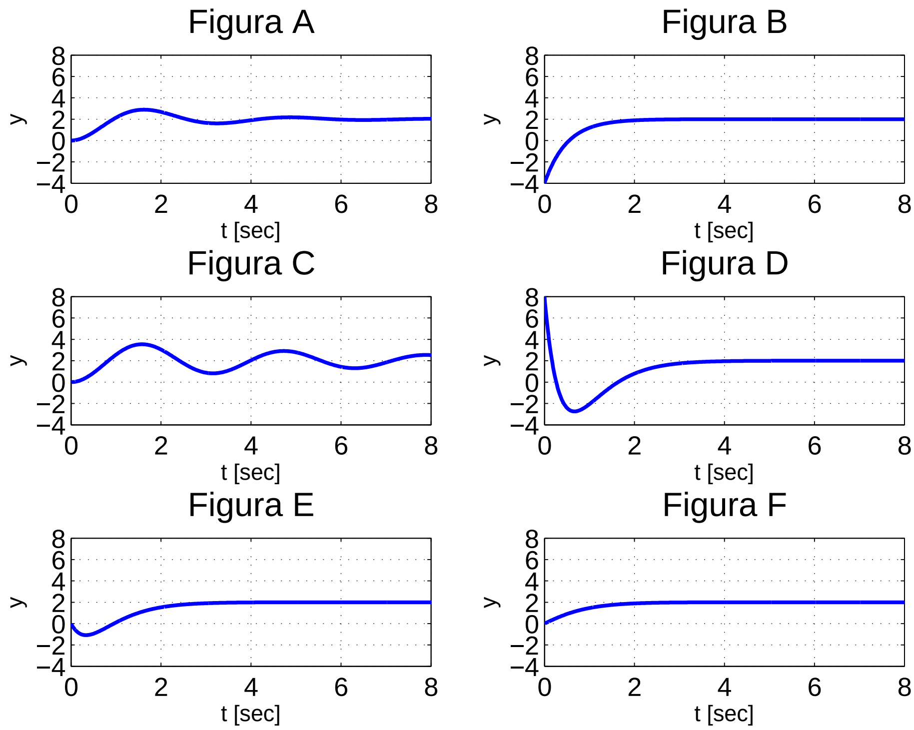
3.3 Si ricavi la funzione di trasferimento dei sistemi linearizzati e si dica se essi sono in forma minima.

4. Ognuna delle risposte allo scalino rappresentate nelle figure sottostanti è generata da uno dei seguenti sistemi lineari:

$$G_1(s) = 4\frac{1-s}{s+2}, \qquad G_2(s) = -4\frac{s-1}{(s+2)\left(\frac{s}{2}+1\right)}, \qquad G_3(s) = 2\frac{\frac{3}{4}s+3}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}s+\sqrt{3}\right)^2},$$

$$G_4(s) = 2\frac{(1-s)^2}{\left(\frac{s}{2}+1\right)^2}, \qquad G_5(s) = 8\frac{1}{s^2+\frac{1}{3}s+4}, \qquad G_6(s) = 4\frac{1}{\frac{s^2}{2}+\frac{s}{2}+2}$$

Si scriva su ogni figura la funzione di trasferimento corrispondente, **motivando la risposta**.



5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. Punteggio: risposta esatta= 1, errore= -0.5, non risponde= 0.

V F

(a) Dato un sistema LTI asintoticamente stabile con ingresso u, uscita y e funzione di trasferimento $G(s)$, se $u(t) = \sum_{n=1}^{5} \cos\left(\frac{1}{n}t\right)$, allora, a regime, $y(t) = \sum_{n=1}^{5} \cos\left(\frac{1}{n}t + \angle G\left(\frac{j}{n}\right)\right)$.

☐ ☐

(b) I modi di un sistema LTI con matrice $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ sono e^{-2t} e te^{-2t}.

☐ ☐

(c) Due sistemi LTI equivalenti hanno la stessa risposta all'impulso dello stato.

☐ ☐

(d) La risposta $y(t)$ all'ingresso $u(t) = e^{-t} - 1$, $\forall t \geq 0$ del sistema descritto dall'equazione differenziale $\dot{y} + 5y = 2\dot{u} - u$ con condizione iniziale $y(0) = 0$ tende a 0.2 per $t \to +\infty$

☐ ☐

(e) Il diagramma di Bode asintotico del modulo di $G(s) = 10\frac{s}{(10s+1)^3}$ verifica $|G(j)|_{db} = -40\ db$.

☐ ☐