Fondamenti di Automatica

Prof. G. Ferrari Trecate

Prima prova in itinere - 02 Maggio 2008

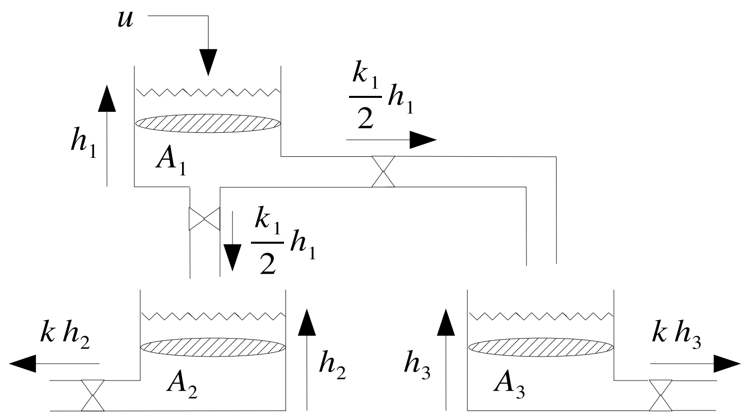
Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante la prova non è consentito uscire dall' aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno. In particolare non è consentito l'uso di calcolatrici **programmabili e/o con display grafico**.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi predisposti**. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la seconda facciata del fascicolo.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente

1. Si consideri il sistema idraulico riportato in figura:



ove u è una portata di ingresso (misurata in m^3/min), h_1, h_2 e h_3 sono i livelli di liquido nei serbatoi (misurati in m) ed $y = h_2 + h_3$ è l'uscita. I serbatoi hanno sezioni $A_1 = A_2 = A_3 = 1\ m^2$ e le portate uscenti da ogni serbatoio sono proporzionali al livello del liquido con costanti $k_1 = 1\ m^2/min$ e $k > 0\ m^2/min$.

1.1 Si ricavino le equazioni del sistema dinamico che descrive il sistema idraulico.

1.2 Si determini la funzione di trasferimento del sistema.

1.3 Si determini per quali valori di $k > 0$ il sistema è BIBO stabile. Si dica inoltre se il sistema ricavato al punto 1.1 è in forma minima.

1.4 Per $k = 2\ m^2/min$ si determini se l'uscita supera $2\ m$ al tempo $t = 2\ min$ quando $u(t) = 5\mathrm{sca}(t)$.

2. Si consideri il sistema autonomo

$$\dot{x}_1 = -x_1^2 + a(2x_2^3 - x_1)$$
$$\dot{x}_2 = -ax_1x_2^2$$

ove $a < 0$ è un parametro.

2.1 Si calcolino gli stati di equilibrio.

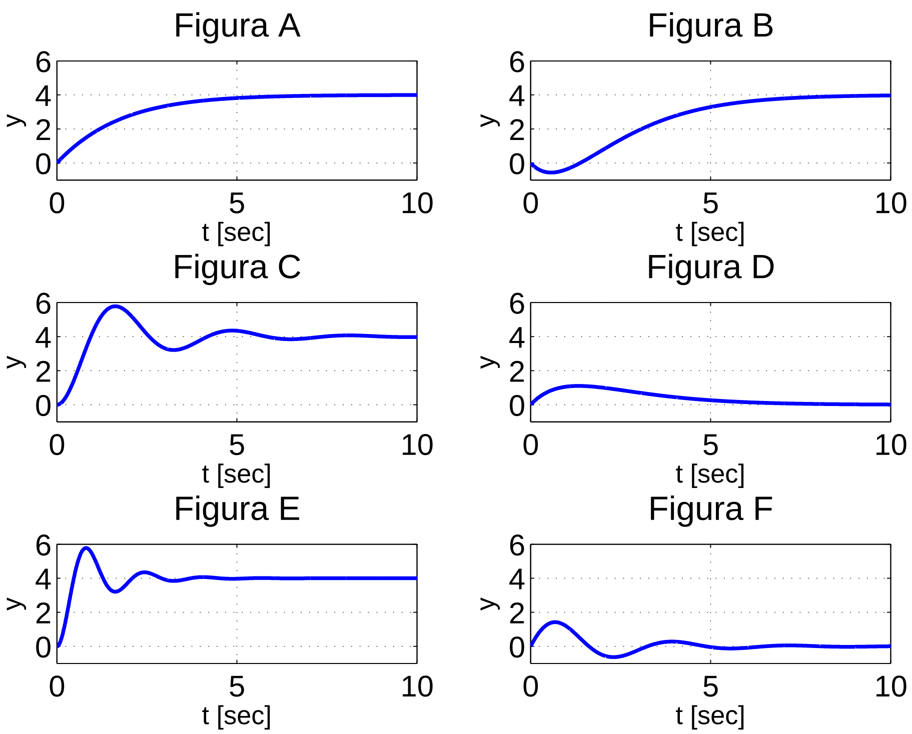
2.2 Si ricavino le equazioni dei sistemi linearizzati attorno ad ogni stato di equilibrio. Si analizzi inoltre la stabilità degli stati di equilibrio utilizzando i sistemi linearizzati.

3. Ognuna delle risposte allo scalino rappresentate nelle figure sottostanti è generata da uno dei seguenti sistemi lineari:

$$G_1(s) = \frac{16}{s^2+s+4}, \qquad G_2(s) = \frac{16}{\frac{s^2}{4}+\frac{s}{2}+4}, \qquad G_3(s) = \frac{4s+4}{\frac{16}{9}s^2+\frac{8}{3}s+1},$$

$$G_4(s) = 16\,\frac{1-s}{\left(\frac{8}{3}s+2\right)^2}, \qquad G_5(s) = \frac{4s}{\left(\frac{4}{3}s+1\right)^2}, \qquad G_6(s) = \frac{s}{\frac{s^2}{4}+\frac{s}{4}+1}$$

Si scriva su ogni figura la funzione di trasferimento corrispondente, **motivando la risposta**.



4. Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10}{s}\frac{1-10s}{(-Ts+1)^2}$$

Per $T = 1$ si traccino i diagrammi di Bode del modulo e della fase. Si spieghi inoltre come varia la pulsazione a cui il diagramma del modulo interseca l'asse a $0db$ quando $0 < T < 1$.

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-0.5, non risponde =0)

V F

(a) Per un sistema LTI asintoticamente stabile gli stati e le uscite di equilibrio corrispondenti ad un ingresso costante sono unici.

☐ ☐

(b) Per il sistema de primo ordine $\dot{x} = f(x)$ ove $f(x) = x^2$ per $x \geq 0$ e $f(x) = 0$ per $x < 0$, l'equilibrio $x = -1$ è instabile.

☐ ☐

(c) I modi di un sistema LTI con $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ sono e^{-t}, 1 e t.

☐ ☐

(d) Si consideri un sistema LTI del primo ordine con ingresso $u(t) \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$ e stato $x(t)$. Se $x(0) = 0$ ed esiste un ingresso tale per cui $x(1) = 3$ allora il sistema è raggiungibile.

☐ ☐

(e) Si assuma che la funzione di trasferimento $G(s)$ verifichi $G(j2) = 2e^{j\pi}$ e $G(j4) = e^{-j\pi}$. Allora, per $t \to +\infty$, la risposta a $u(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{2}) - \sin(4t + \pi)$ converge alla funzione $\tilde{y}(t) = 2\sin(2t + \frac{3}{2}\pi) - \sin(4t)$.

☐ ☐