

# Fondamenti di Automatica

Prof. G. Ferrari Trecate

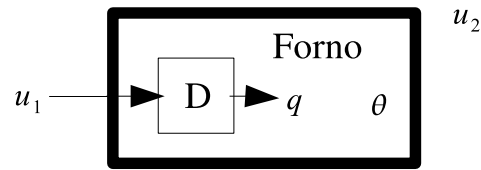
Prima prova in itinere - 27 Aprile 2009

Cognome..... Nome.....  
Matricola..... Firma.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula per nessun motivo se non consegnando il compito o ritirandosi.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno. In particolare non è consentito l'uso di calcolatrici **programmabili e/o con display grafico**.
- Le risposte vanno fornite **esclusivamente negli spazi predisposti**. Solo in caso di correzioni o se lo spazio non è risultato sufficiente, utilizzare la seconda facciata del fascicolo.
- Al termine della prova va consegnato **solo il presente fascicolo**. Ogni altro foglio eventualmente consegnato non sarà preso in considerazione.

Utilizzare questa pagina SOLO in caso di correzioni o se lo spazio a disposizione per qualche domanda non è risultato sufficiente

1. Si consideri il sistema in figura costituito da un forno e da un dispositivo di riscaldamento/raffreddamento:



Il dispositivo  $D$  fornisce al forno una potenza termica  $q$  misurata in  $J/s$  che dipende dall'ingresso  $u_1$  tramite il sistema dinamico

$$\dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + u_1$$

$$\dot{x}_2 = x_1 + \frac{1}{2}u_1$$

$$q = x_2$$

Il forno ha capacità termica  $C = 1 J/^\circ C$  e coefficiente di scambio termico tra interno ed esterno  $k_{ie} = 3 J/(s^\circ C)$ . Inoltre,  $\theta$  e  $u_2$  denotano rispettivamente la temperatura interna ed esterna del forno. Si assume che non vi sia accumulo di energia termica nella parete del forno e che l'uscita del sistema sia  $y = \theta$ .

- 1.1** Si ricavano le equazioni del sistema dinamico che descrive il sistema.

- 1.2** Supponendo  $u_1(t) = 0$ ,  $t \geq 0$  si calcoli la funzione di trasferimento  $G(s)$  del sistema con ingresso  $u_2$  e uscita  $y$ .

**1.3** Si discuta la stabilità di  $G(s)$  e del sistema ricavato al punto 1.1.

**1.4** Si determini a quale istante il forno raggiunge la temperatura  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$  quando  $u_1(t) = 0$ ,  $u_2(t) = 10\text{sca}(t)$  e gli stati iniziali del sistema al tempo  $t = 0$  sono nulli.

**1.5** Si determini se il sistema presenta autovalori non osservabili.

2. Si consideri il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^2 + x_2^2 - u \\ \dot{x}_2 &= (x_1 + 1)^2 + x_2^2 - u^3\end{aligned}$$

**2.1** Si calcolino gli stati di equilibrio quando  $u(t) = \bar{u} = 1, \forall t \geq 0$ .

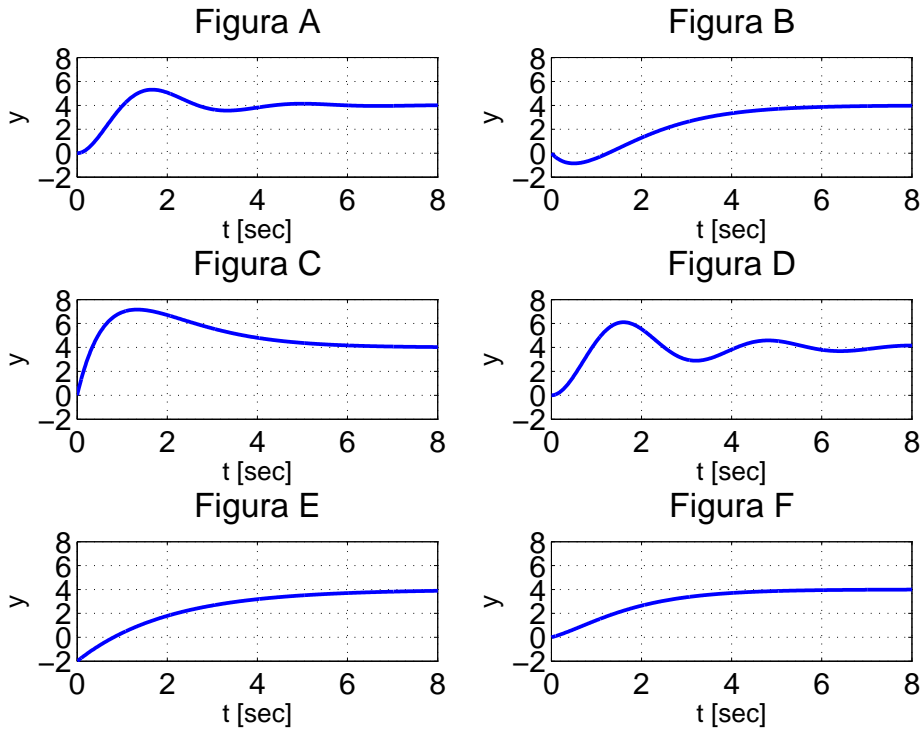
**2.2** Si ricavino le equazioni dei sistemi linearizzati attorno ad ogni stato di equilibrio. Si analizzi inoltre la stabilità degli stati di equilibrio utilizzando i sistemi linearizzati.

3. Ognuna delle risposte allo scalino rappresentate nelle figure sottostanti è generata da uno dei seguenti sistemi lineari:

$$G_1(s) = \frac{8 - 8s}{4s + 2}, \quad G_2(s) = 4 \frac{1 - s}{s^2 + 2s + 1}, \quad G_3(s) = \frac{s + 4}{(s + 1)^2},$$

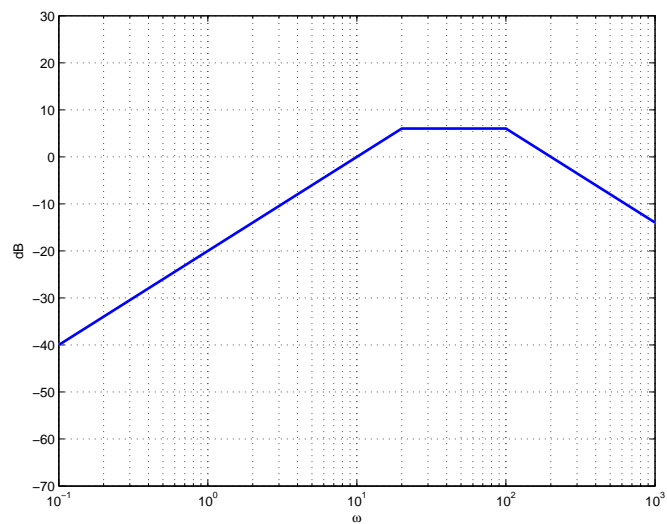
$$G_4(s) = 8 \frac{1}{s^2 + \frac{2}{5}s + 2}, \quad G_5(s) = 16 \frac{1}{s^2 + \frac{4}{3}s + 4}, \quad G_6(s) = 4 \frac{1 + 4s}{(s + 1)^2}$$

Si scriva su ogni figura la funzione di trasferimento corrispondente, **motivando la risposta**.





4. Si consideri il seguente diagramma di Bode asintotico del modulo



Sapendo che:

- il sistema è privo di ritardi e di poli e zeri con pulsazione identica;
- il diagramma di Bode asintotico della fase è compreso tra  $-90^\circ$  e  $0^\circ$ ;

si tracci il diagramma di Bode asintotico della fase. Si tracci inoltre l'andamento qualitativo del diagramma vero e si determini la funzione di trasferimento che da luogo ai diagrammi.

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-0.5, non risponde =0)

V      F

(a) Se il sistema LTI  $\dot{x} = Ax + Bu$  è raggiungibile allora il sistema  $\dot{x} = A^T x, y = B^T x$  è osservabile.

(b) Se i modi di un sistema LTI sono  $e^{-2t}, \sin(3t + 1), 1$ , il sistema è instabile.

(c) La risposta all' impulso dello stato del sistema del primo ordine  $\dot{x} = 2x + 2u$  è  $g_x(t) = e^{2t}$ .

(d) Siano  $\Sigma_1$  e  $\Sigma_2$  due sistemi LTI equivalenti. Se ad essi viene fornito lo stesso ingresso, i movimenti forzati di uscita coincidono.

(e) Si considerino i seguenti movimenti di stato di un sistema LTI:  $x(t) = \varphi(t, 0, x_0, 0)$  e  $\tilde{x}(t) = \varphi(t, 0, 3x_0, u)$ . Allora  $\varphi(t, 0, 2x_0, u) = \tilde{x}(t) - x(t)$ .