FONDAMENTI DI AUTOMATICA - ESERCITAZIONE 5

Prof. Lalo Magni, Prof. Chiara Toffanin

Abstract

Lo scopo dell'esercitazione è studiare le funzioni di trasferimento e le risposte allo scalino.

Esercizio 1

Si confrontino le risposte allo scalino dei seguenti gruppi di sistemi, interpretando i grafici alla luce della posizione di poli e zeri nel piano complesso.

$$\begin{array}{ll}
\text{Gruppo A:} & G_1(s) = \dfrac{2}{3s+1}, \quad G_2(s) = 2\dfrac{s+1}{3s+1}, \quad G_3(s) = 2\dfrac{1-s}{3s+1} \\
\text{Gruppo B:} & G_4(s) = \dfrac{2}{(5s+1)(s+1)}, \quad G_5(s) = \dfrac{2}{5s+1} \\
\text{Gruppo C:} & G_6(s) = \dfrac{2}{(5s+1)^2}, \quad G_7(s) = 2\dfrac{30s+1}{(5s+1)^2}, \quad G_8(s) = 2\dfrac{1-30s}{(5s+1)^2}
\end{array}$$

Le risposte allo scalino per i sistemi del gruppo A sono generate dal seguente listato MatLab.
Digitare `help <istruzione>` per visualizzare la sintassi ed il significato di comandi MatLab non noti.

```
s1=tf(2*[1],[3 1])
figure(1)
subplot(1,2,1)
pzmap(s1)
title('G1 - poli e zeri')
subplot(1,2,2)
bode(s1)
title('G1 - bode')
s2=tf(2*[1 1],[3 1])
figure(2)
subplot(1,2,1)
pzmap(s2)
title('G2 - poli e zeri')
subplot(1,2,2)
bode(s2)
title('G2 - bode')
s3=tf(2*[-1 1],[3 1])
figure(3)
subplot(1,2,1)
pzmap(s3)
title('G3 - poli e zeri')
subplot(1,2,2)
bode(s3)
title('G3 - bode')
figure(4)
step(s1,s2,s3)
legend('G1','G2','G3')
```

Esercizio 2

Si consideri il sistema con f.d.t.

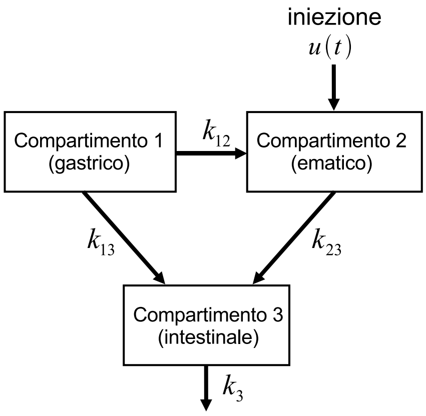
$$G(s) = 2\frac{\omega_n^2}{s^2 + 0.4\omega_n s + \omega_n^2}$$

- Si determini ω_n tale per cui il tempo di assestamento della risposta allo scalino al 99% valga circa $5sec$.
- Utilizzando il valore di ω_n trovato al punto precedente, si simuli la risposta allo scalino e si verifichi la correttezza del risultato. Si verifichi inoltre che la sovraelongazione percentuale massima dipende dallo smorzamento secondo la formula

$$100 \cdot e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Esercizio 3

Si consideri il seguente modello compartimentale.



I valori dei parametri sono $k_{12} = 0.5\ h^{-1}$, $k_{13} = 0.5\ h^{-1}$, $k_{23} = 0.5\ h^{-1}$ e $k_3 = 0.5\ h^{-1}$. Il volume del compartimento 3 è $V = 2\ cc$. L'ingresso è espresso in mg/h. Indicando con x_1, x_2 e x_3 la quantità di farmaco (misurata in mg) nei compartimenti 1, 2 e 3, e considerando come uscita la concentrazione nel compartimento 3, si ottiene il sistema lineare

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -x_1 \\
\dot{x}_2 &= 0.5x_1 - 0.5x_2 + u \\
\dot{x}_3 &= 0.5x_1 + 0.5x_2 - 0.5x_3 \\
y &= x_3/2
\end{aligned}$$

- Si determini se il sistema è raggiungibile e osservabile.
- Si calcoli la funzione di trasferimento e si determini qual è l'autovalore non osservabile. Si dica se esso è anche non raggiungibile.
- E' possibile ottenere la stessa f.d.t. calcolata al punto precedente eliminando un compartimento? Se si, perchè? Verificare il risultato calcolando le f.d.t. opportune con MatLab.

Riferimenti istruzioni e funzioni Matlab

- ctrb(sys): calcola la matrice di raggiungibilità del sistema LTI sys;
- obsv(sys): calcola la matrice di osservabilità del sistema LTI sys;
- rank(M): calcola il rango della matrice M;
- step(sys): risposta allo scalino per il sistema sys;
- dcgain(sys): ritorna il guadagno di un sistema lineare tempo invariante;
- sist=tf(num,den): funzione di trasferimento definita dai polinomi num del numeratore e den del denominatore;
- G=tf(sist): calcolo della funzione di trasferimento del sistema LTI sist;
- [num,den] = tfdata(sist): numeratore e denominatore della funzione di trasferimento sist;
- sist = zpk(z,p,k): funzione di trasferimento definita da zeri, poli e costante di trasferimento;
- [z,p,k] = zpkdata(sist,'v'): zeri, poli e costante di trasferimento della funzione di trasferimento sist;
- pzmap(sist): disegna poli e zeri della funzione di trasferimento sist nel piano complesso;
- bode(sist): disegna i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento sist;
- [A B C D]=ssdata(sist): data la funzione di trasferimento sist, ritorna un sistema LTI in forma minima.