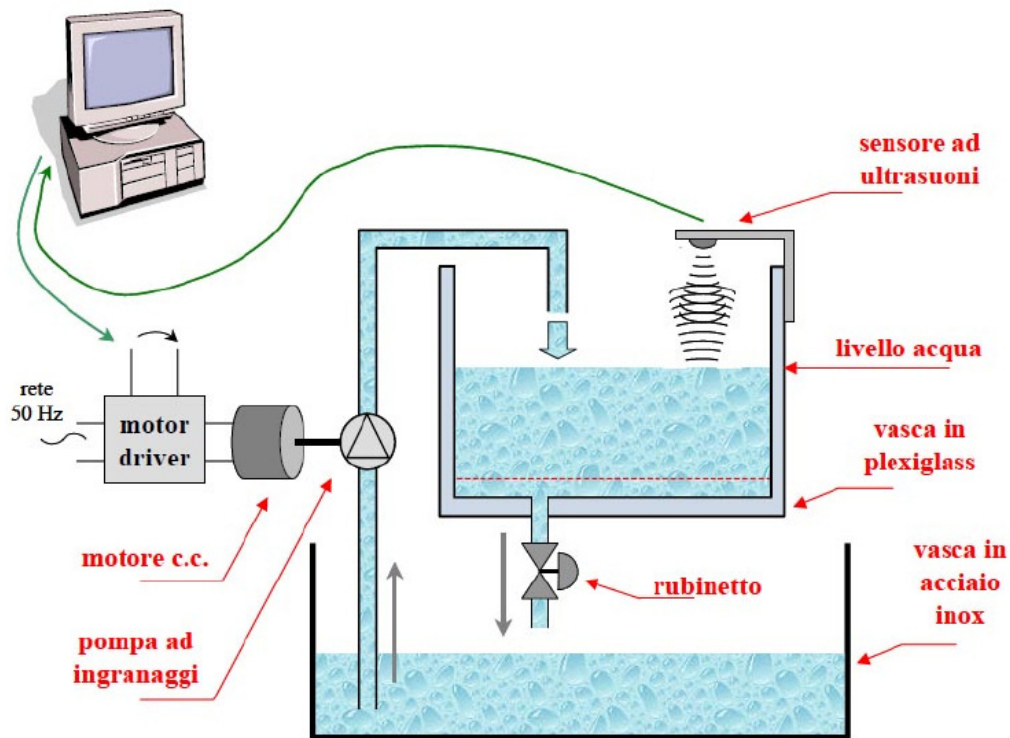


# Controllo del livello di una vasca

Prof. Lalo Magni, Prof. Chiara Toffanin

## 1 Descrizione dell'impianto

L'impianto è formato da una vasca in polycarbonato trasparente, della capacità di circa 25 litri, montata sopra ad una base di materiale plastico di colore scuro. Al bordo di tale vasca si trova una pompa volumetrica ad ingranaggi da  $250 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$  nominali che consente di immettere acqua nella vasca di polycarbonato. La vasca è inoltre dotata di un rubinetto, sul proprio fondo, che ne consente il completo svuotamento. All'interno è montato un sensore di livello (ad ultrasuoni). Tutto il complesso è montato al di sopra di una seconda vasca in acciaio inox che svolge la funzione di bacino di raccolta di tutta l'acqua utilizzata nell'impianto. In essa attinge la pompa e scarica il rubinetto della vasca in polycarbonato; la sua capacità è di circa 75 litri.



## Obiettivo

Progettare e testare un opportuno controllo automatico del livello  $h$  dell'acqua nella vasca superiore. A tale scopo la variabile di controllo è la portata volumetrica  $q_e$  in ingresso alla vasca. Si assume che il rubinetto della vasca superiore venga mantenuto completamente aperto. Il punto di funzionamento nominale è definito da un livello di acqua nella vasca pari a  $h = 0.10 \text{ m}$ .

## 2 Modello del sistema

### 2.1 Bilancio di massa

$$\frac{dM}{dt} = \rho q_e - \rho q_u$$

dove  $M$  è la massa contenuta nella vasca superiore,  $\rho$  è la densità dell'acqua,  $q_u$  è la portata volumetrica in uscita (dal rubinetto) e  $q_e$  è la portata volumetrica in ingresso. A sua volta

$$M = \rho A_r (h - h_u)$$

dove  $A_r$  è l'area di fondo della vasca superiore,  $h$  è il livello dell'acqua nella vasca e  $h_u$  è il livello del fondo della vasca. Quindi, ipotizzando la densità dell'acqua costante si ottiene

$$\rho A_r \frac{dh}{dt} = \rho q_e - \rho q_u \quad \Rightarrow \quad \frac{dh}{dt} = \frac{1}{A_r} (q_e - q_u).$$

La portata di uscita dipende dal livello  $h$ , o meglio dalla pressione allo scarico. Per determinare tale relazione ricordiamo che per un flusso stazionario vale l'equazione di Bernoulli che, applicata alla sezione del pelo libero e dello scarico, nell'ipotesi che non vi siano perdite dovute all'attrito viscoso, può essere scritta come

$$\frac{P_{amb}}{\rho} + \frac{v_p^2}{2} + gh = \frac{P_{amb}}{\rho} + \frac{v_u^2}{2} + gh_u$$

dove  $P_{amb}$  è la pressione ambientale,  $v_p$  è la velocità al pelo libero,  $v_u$  è la velocità attraverso il rubinetto e  $g$  è l'accelerazione di gravità. Tenendo conto che risulta  $v_p \simeq 0$  risulta

$$v_u = \sqrt{2g(h - h_u)}$$

e

$$q_u = A_u \sqrt{2g(h - h_u)}$$

ed infine

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A_r} (q_e - A_u \sqrt{2g(h - h_u)}).$$

## 2.2 Dimensionamento dell'impianto

|                                         |                              |                                                         |
|-----------------------------------------|------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Vasca superiore in policarbonato</b> |                              |                                                         |
| larghezza                               | $0.4\ m$                     |                                                         |
| profondità                              | $0.2\ m$                     |                                                         |
| altezza                                 | $0.35\ m$                    |                                                         |
| $h_u$                                   | $-0.095\ m$                  | livello del fondo della vasca superiore rispetto allo 0 |
| $A_r$                                   | $0.08\ m^2$                  | area di fondo                                           |
| <b>Rubinetto vasca superiore</b>        |                              |                                                         |
| $A_u$                                   | $43 \cdot 10^{-6}\ m^2$      | sezione utile                                           |
| <b>Pompa di ingresso</b>                |                              |                                                         |
| $Q_e^{max}$                             | $166.6 \cdot 10^{-6}\ m^3/s$ | portata massima nominale                                |
| <b>Costanti fisiche</b>                 |                              |                                                         |
| $\rho$                                  | $1000\ kg/m^3$               | densità dell'acqua                                      |
| $g$                                     | $9.81\ m^2/s$                | accelerazione di gravità                                |

## 2.3 Attuatori e trasduttori dell'impianto

### 2.3.1 Pompa di immissione

La pompa per l'immissione di acqua nel processo è di tipo volumetrico ad ingranaggi ed è azionata da un motore in corrente continua; per generare l'opportuna potenza necessaria al pilotaggio del motore si utilizza un driver elettronico a comando PWM (pulse width modulation). Il segnale di comando del driver è caratterizzato da un segnale in tensione di bassa potenza, variabile fra 0 e 24 Volt. Il legame statico tra tensione normalizzata e portata volumetrica è stato misurato per diversi valori di tensione. Nella Tabella 1 sono riportate tali relazioni. Si supponga che il legame dinamico sia trascurabile così come il ritardo introdotto dal cammino esistente tra la pompa e la vasca.

**Tabella 1**

| <i>Tensione normalizzata</i> | <i>Portata volumetrica</i>   |
|------------------------------|------------------------------|
|                              | $Q_e \text{ (m}^3/\text{s)}$ |
| 0.000                        | $0.0 \cdot 10^{-6}$          |
| 0.500                        | $8.8 \cdot 10^{-6}$          |
| 1.000                        | $24.6 \cdot 10^{-6}$         |
| 1.500                        | $42.0 \cdot 10^{-6}$         |
| 2.000                        | $57.1 \cdot 10^{-6}$         |
| 2.500                        | $72.4 \cdot 10^{-6}$         |
| 3.000                        | $86.1 \cdot 10^{-6}$         |
| 3.500                        | $102.3 \cdot 10^{-6}$        |
| 4.000                        | $117.6 \cdot 10^{-6}$        |
| 4.500                        | $132.0 \cdot 10^{-6}$        |
| 5.000                        | $144.9 \cdot 10^{-6}$        |

### 2.3.2 Transcaratteristica del trasduttore di livello ad ultrasuoni

Il sensore ad ultrasuoni si basa sulla misura del tempo impiegato da un'onda ultrasonora a percorrere la distanza tra l'emettitore e la superficie riflettente del fluido. Il sensore emette in successione brevi impulsi ultrasonori che vengono riflessi dalla superficie del fluido; l'intervallo temporale che intercorre tra l'emissione e il ritorno dell'impulso è proporzionale alla distanza percorsa. Il legame statico tra livello e tensione normalizzata è stato misurato per diversi valori di livello. Nella Tabella 2 sono riportate tali relazioni. Anche in questo caso si può trascurare il legame dinamico.

**Tabella 2**

| <i>Livello vasca</i><br>( <i>m</i> ) | <i>Tensione normalizzata</i> |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 0.00                                 | 4.5221                       |
| 0.01                                 | 4.4452                       |
| 0.02                                 | 4.2412                       |
| 0.03                                 | 3.9653                       |
| 0.04                                 | 3.7932                       |
| 0.05                                 | 3.5179                       |
| 0.06                                 | 3.2742                       |
| 0.07                                 | 3.0624                       |
| 0.08                                 | 2.8349                       |
| 0.09                                 | 2.5936                       |
| 0.10                                 | 2.3522                       |
| 0.11                                 | 2.1423                       |
| 0.12                                 | 1.9151                       |
| 0.13                                 | 1.6591                       |
| 0.14                                 | 1.4251                       |
| 0.15                                 | 1.1892                       |
| 0.16                                 | 0.9053                       |
| 0.17                                 | 0.7329                       |
| 0.18                                 | 0.4750                       |
| 0.19                                 | 0.2664                       |
| 0.20                                 | 0.0471                       |