

1. Si consideri il modello  $Y = \Phi\theta + V$ ,  $V \sim N(0, \Sigma_v)$ . Descrivere, in non più di una pagina, le proprietà (formula dello stimatore, ddp dello stimatore, intervalli di confidenza, relazioni con la stima LS e BLUE, etc) dello stimatore ML.
2. Sia  $Y = \theta + V$ ,  $V \sim N(0, 1)$ , dove  $\theta$  è un parametro incognito la cui ddp a priori è esponenziale con parametro  $\lambda = 2$ .
  - 2.a Calcolare  $\theta^{\text{MAP}}$  nel caso in cui  $Y = 4$ .
  - 2.b Calcolare  $\theta^{\text{MAP}}$  nel caso in cui  $Y = -4$ .
3. Descrivere in non più di una pagina, la procedura di stima LS per modelli ARX
4. Sia

$$y(t) = x(t) + w(t)$$

dove

$$w(t) \sim WN(0, \sigma^2)$$

$$x(t) = v(t) + v(t-1), \quad v(t) \sim WN(0, \lambda^2)$$

con  $v(t)$  e  $w(t)$  tra di loro indipendenti. Per stimare  $v(t)$  si usa lo stimatore

$$\hat{v}(t) = \mu y(t)$$

dove  $\mu$  è un parametro scalare da tarare opportunamente. L'errore di stima è  $s(t) = \hat{v}(t) - v(t)$ .

- 4.a Ricavare  $S(z)$  in funzione di  $V(z)$  e  $W(z)$ .
- 4.b Ricavare la densità spettrale di potenza di  $s(t)$ .
- 4.c Determinare  $\mu$  in modo da minimizzare la varianza di  $s(t)$ .