

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 28 Aprile 2005

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli aggiuntivi, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si considerino delle V.C. X_i i.i.d., $X_i \sim N(0, \sigma^2)$. Ricavare l'espressione dello stimatore a massima verosimiglianza di σ^2 .
2. Si consideri il modello

$$Y = \Phi\theta + V, V \sim N(0, \sigma^2\Psi)$$

Si descriva la procedura per il calcolo degli intervalli di confidenza per θ^{ML} sia nel caso in cui σ^2 è un parametro noto che in quello in cui è un parametro incognito.

3. Si descriva in non più di una pagina la stima non parametrica dello spettro di un processo stazionario ergodico.
4. Si consideri il seguente processo casuale stazionario:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) + w(t) \\ x(t) &= 0.5x(t-1) + w(t) \\ w(t) &\sim WGN(0, 1) \end{aligned}$$

- (a) Ricavare lo spettro di $y(t)$.

$$\begin{aligned} X(z) &= H(z)W(z), \quad H(z) = \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}} \\ Y(z) &= [H(z) + 1]W(z) = G(z)W(z), \quad G(z) = \frac{2(1 - 0.25z^{-1})}{1 - 0.5z^{-1}} \\ \Phi_{yy}(z) &= G(z)G(z^{-1}) = \frac{4(1.0625 - 0.25(z + z^{-1}))}{1.25 - 0.5(z + z^{-1})} \\ \Gamma_{yy}(\omega) &= \Phi_{yy}(e^{j\omega}) = \frac{4(1.0625 - 0.5 \cos \omega)}{1.25 - \cos \omega} \end{aligned}$$

- (b) Ricavare il fattore spettrale canonico di $y(t)$.

$$\hat{G}(z) = \frac{1 - 0.25z^{-1}}{1 - 0.5z^{-1}}, \quad \hat{\sigma}^2 = 4$$