Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 1 Febbraio 2007

Cognome.............................. **Nome**..............................

Matricola.............................. **Firma**..............................

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Si consideri un P.C. gaussiano $x(t)$. Se $E[x(t)]$ e $Var[x(t)]$ non dipendono da t, allora $x(t)$ è stazionario.

☐ ☐

(b) Siano $x(t)$ e $y(t)$ due P.C. stazionari. Se $\gamma_{xx}(\omega) > \gamma_{yy}(\omega), \forall\omega$, allora $Var[x(t)] > Var[y(t)]$.

☐ ☐

(c) Il periodogramma è uno stimatore non polarizzato e non consistente della densità spettrale di potenza.

☐ ☐

(d) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t asintoticamente stabile e $x(t)$ un rumore bianco. Allora $Var[y(t)] = Var[x(t)] \sum_{k=0}^{\infty} g(k)^2$, dove $g(k)$ indica il k-esimo campione della risposta all'impulso.

☐ ☐

(e) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t asintoticamente stabile e $x(t)$ un P.C. stazionario con $E[x(t)] \neq 0$. Allora, risulta sempre $E[y(t)] \neq 0$.

☐ ☐

(f) Si consideri il modello $y(t) = ay(t-1) + w(t), |a| < 1, w(t) \sim WN(0,1)$. Allora, $Var[y(t)] \geq 1$

☐ ☐

(g) Due P.C. stazionari con lo stesso fattore spettrale canonico hanno la stessa funzione di autocovarianza.

☐ ☐

(h) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t asintoticamente stabile e $x(t)$ un rumore bianco. La varianza dell'errore di predizione ad un passo del processo $y(t)$ non è maggiore di $Var[x(t)]$.

☐ ☐

(i) Per modelli ARX, l'identificazione basata sulla minimizzazione dell'errore di predizione conduce ad un problema di stima lineare nei parametri.

☐ ☐

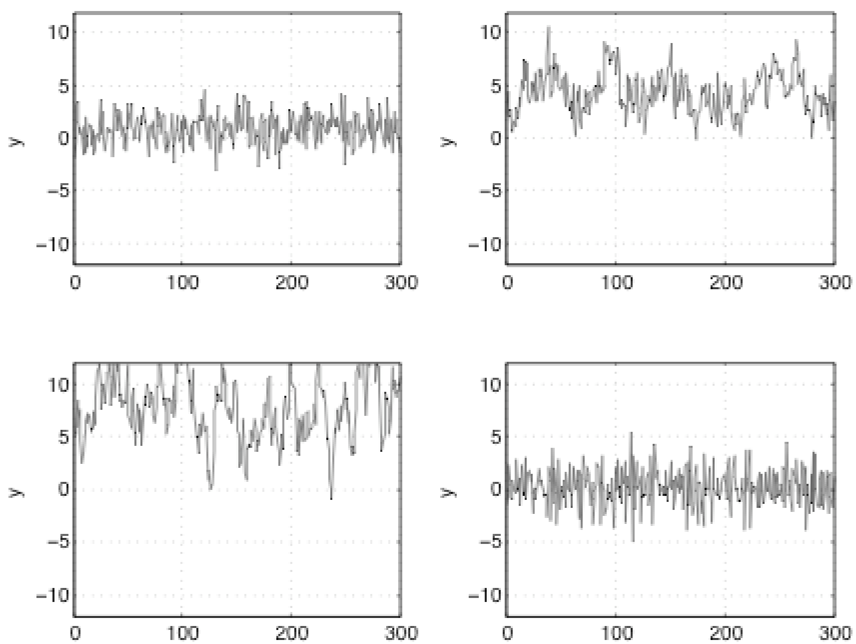
(j) L'ordine di persistente eccitazione di un'onda quadra è finito.

☐ ☐

2. Sia $Y(z) = G(z)W(z)$ dove $w(t) \sim WN(1,1)$. Per $G(z)$ sono possibili le seguenti alternative:

1. $G(z) = 1 - z^{-1}$	2. $G(z) = \frac{1+z^{-1}}{1-0.75z^{-1}}$
3. $G(z) = \frac{1}{1-0.75z^{-1}}$	4. $G(z) = \frac{1+2z^{-1}}{2(1+0.5z^{-1})}$

Scrivere sopra i grafici delle realizzazioni il numero della corrispondente funzione di trasferimento.



3. Si consideri il seguente modello AR(1):

$$y(t) = ay(t-1) + w(t), \quad |a| < 1, \quad w(t) \sim WN(1,1)$$

(a) Dire, motivando la risposta, cosa vale $E[y(t)]$.

(b) Si definisca $\tilde{y}(t) = y(t) - E[y(t)]$, $\tilde{w}(t) = w(t) - 1$. Ricavare, l'espressione di $\tilde{y}(t)$ in funzione di $\tilde{y}(t-1)$ e di $\tilde{w}(t)$.

(c) Ricavare, riportando i passaggi, la funzione di autocovarianza di $\tilde{y}(t)$.

(d) Dire, motivando la risposta, se $y(t)$ e $\tilde{y}(t)$ hanno la stessa funzione di autocovarianza.

4. Si consideri il seguente modello:

$$y(t) = 0.6y(t-2) + 2w(t) + 4w(t-1), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Ricavare il fattore spettrale canonico.

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

(c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

(d) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.