Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 1 Febbraio 2008

Cognome . . . . **Nome** . . . .

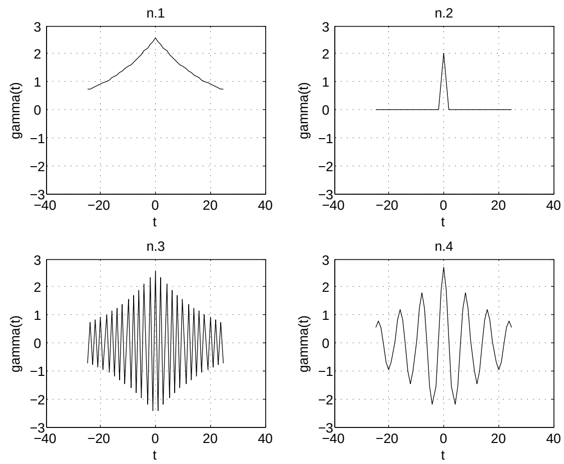
Matricola . . . . **Firma** . . . .

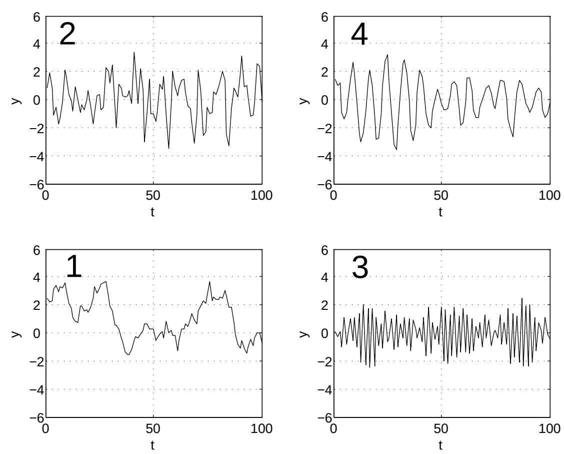
- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Illustrare in una pagina la procedura di identificazione LS di modelli ARX (formulazione, formule risolutive, stima della varianza dei parametri stimati, ...).

2. Scrivere sopra i grafici delle realizzazioni il numero della corrispondente autocovarianza.





3. Si consideri il seguente modello MA:

$$y(t) = w(t) - 4w(t-2), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Ricavare, riportando i principali passaggi, il fattore spettrale canonico.

$$G(z) = 1 - 4z^{-2} = \frac{z^2 - 4}{z^2} = \frac{(z+2)(z-2)}{z^2}$$

$$T_1(z) = \frac{2(z+0.5)}{(z+2)}, \qquad T_2(z) = \frac{-2(z-0.5)}{(z-2)}$$

$$\hat{G}(z) = -\frac{1}{4}G(z)T_1(z)T_2(z) = 1 - 0.25z^{-2}, \qquad \hat{\sigma}^2 = (-4)^2 = 16$$

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

$$C(z)\hat{Y}(z) = (C(z) - 1)Y(z)$$

$$(1 - 0.25z^{-2})\hat{Y}(z) = -0.25z^{-2}Y(z)$$

(c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

$$\hat{y}(t|t-1) = 0.25\hat{y}(t-2|t-3) - 0.25y(t-2)$$

(d) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

$$\sigma^2 = 16$$

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Si consideri un P.C. stazionario $x(\cdot)$. Se $x(t) \sim N(m, \sigma^2)$, $\forall t$, allora $x(\cdot)$ è un P.C. gaussiano.

☐ ☒

(b) Siano $x(t)$ e $y(t)$ due P.C. stazionari. Non può mai accadere che $Var[x(t) + y(t)] = 0$.

☐ ☒

(c) La media di periodogrammi riduce la varianza della stima ed aumenta la polarizzazione rispetto all'uso del solo periodogramma.

☒ ☐

(d) In una rete neurale MLP il numero di parametri da identificare è inferiore al doppio del numero dei neuroni.

☐ ☒

(e) Sia $Y(z) = G(z)W(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t asintoticamente stabile e $w(t) \sim WN(0, 1)$. Allora, $Var[y(t)]$ coincide con la somma dei quadrati dei coefficienti della risposta impulsiva di $G(z)$.

☒ ☐

(f) Si consideri il modello $y(t) = ay(t-1) + w(t), |a| < 1, w(t) \sim WN(0, 1)$. Allora, $\Gamma_{yy}(0) = 1/(1-a^2)$

☐ ☒

(g) Per un P.C. stazionario $y(t)$ risulta sempre che l'area sottesa da $\Gamma_{yy}(\omega)$ nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ è pari a $2\pi Var[y(t)]$.

☒ ☐

(h) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t asintoticamente stabile e $x(t)$ è un P.C. stazionario. Allora, $Var[y(t)]$ è ricavabile a partire dalla conoscenza di $Var[x(t)]$ e di $G(z)$.

☐ ☒

(i) Per modelli AR, l'identificazione basata sulla minimizzazione dell'errore di predizione conduce ad un problema di stima lineare nei parametri.

☒ ☐

(j) Si consideri un P.C. $x(t)$ stazionario il cui fattore spettrale canonico non ha zeri di modulo unitario. Allora, la varianza dell'errore di predizione commesso dal predittore ottimo ad un passo è sempre strettamente minore di $Var[x(t)]$.

☐ ☒