Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 1 Febbraio 2011

Cognome	**Nome** ....
Matricola	**Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Si consideri il modello AR(1):

$$y(t) = ay(t-1) + w(t), \qquad w(t) \sim WN(0, \sigma^2)$$

   (a) Dire sotto quali condizioni $y(t)$ converge ad un processo stazionario.

   (b) Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione di $\gamma_{yy}(\tau)$.

   (c) Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione di $\Gamma_{yy}(\omega)$.

   (d) Disegnare l'andamento qualitativo di $\Gamma_{yy}(\omega)$ quando $a = 0.9$.

2. Si consideri il processo casuale stazionario $y(t)$ tale che

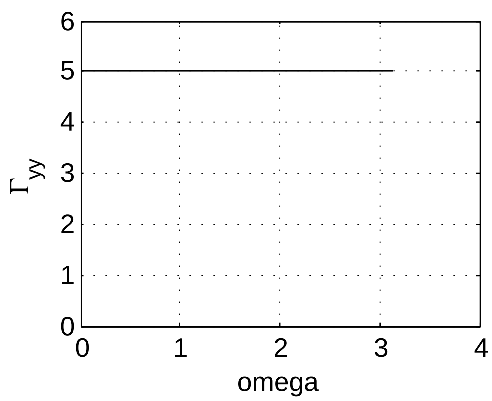
$$Y(z) = G(z)W(z) + V(z)$$

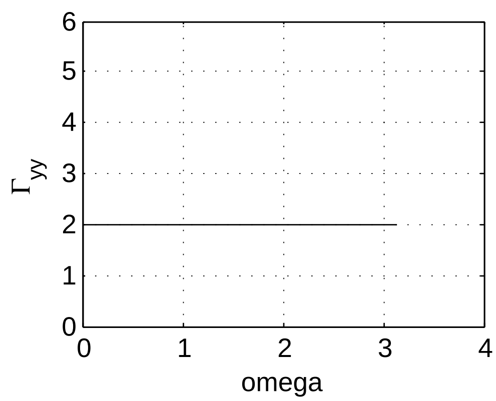
dove $w(t) \sim WN(0,1)$ e $v(t) \sim WN(0,1)$ sono incorrelati. Si considerino le seguenti scelte per $G(z)$:

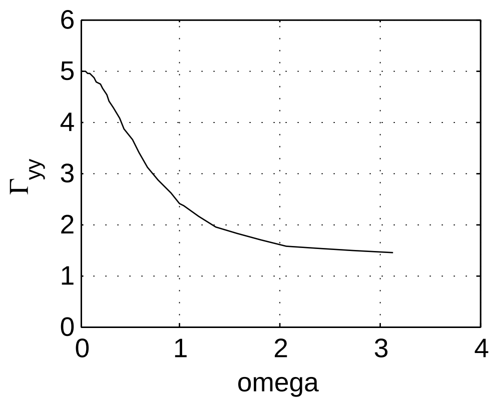
1. $G(z) = \frac{1}{1+0.5z^{-1}}$ 2. $G(z) = \frac{0.5-z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$

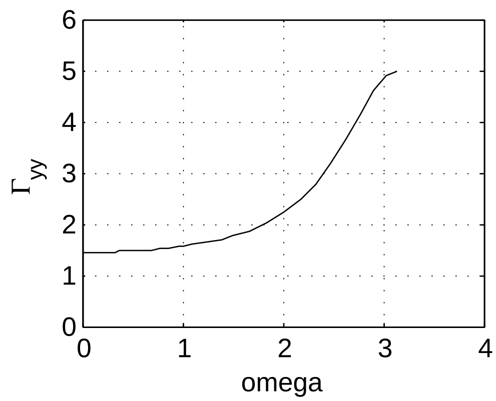
3. $G(z) = \frac{1+2z^{-1}}{1+0.5z^{-1}}$ 4. $G(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1}}$

Scrivere sopra i grafici delle densità spettrali il numero del corrispondente modello.









3. Si consideri il seguente modello:

$$y(t) = 0.7y(t-1) + 2u(t-1) + 2w(t-3) + 4w(t-4), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

(c) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Un P.C. gaussiano $x(t)$ è completamente caratterizzato dal punto di vista probabilistico, se sono note $E[x(t)]$, $\forall t$, e $Cov[x(t), x(\tau)]$, $\forall t, \tau$.

□ □

(b) Sia $v(t) = x(t) - y(t)$ dove $x(t)$ e $y(t)$ sono due P.C. stazionari incorrelati con $Var[x(t)] = Var[y(t)] \neq 0$. Allora $\gamma_{vv}(\tau) = 0, \forall \tau$.

□ □

(c) Il periodogramma è uno stimatore polarizzato e non consistente.

□ □

(d) In una rete neurale MLP il numero dei parametri da identificare è pari al numero di neuroni.

□ □

(e) Per un processo $y(t) = w(t) + c_1 w(t-1) + \ldots + c_n w(t-n), w(t) \sim WN(0,1)$, risulta sempre $Var[y(t)] > 1$.

□ □

(f) Si consideri il modello $y(t) = w(t) - w(t-1), w(t) \sim WN(0,1)$. Allora, $\Gamma_{yy}(0) = 0$.

□ □

(g) Dato un P.C. stazionario a spettro razionale $y(t)$, risulta $\Gamma_{yy}(\bar{\omega}) = 0$, se e solo se il fattore spettrale canonico ha uno zero in $z = e^{j\bar{\omega}}$.

□ □

(h) Dato un P.C. stazionario $y(t)$, la conoscenza del fattore spettrale canonico permette di ricavare $Var[y(t)]$.

□ □

(i) Per modelli AR, l'identificazione basata sulla minimizzazione dell'errore di predizione conduce ad un problema di stima lineare nei parametri.

□ □

(j) Per modelli ARX, l'identificazione basata sulla minimizzazione dell'errore di predizione conduce ad un problema di stima lineare nei parametri.

□ □