

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 2 Febbraio 2010

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli aggiuntivi, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si consideri un processo stazionario ergodico $x(t)$ con $E[x(t)] = 0$.
- (a) Scrivere l'espressione dello stimatore $c_{xx}(\tau)$ della funzione di autocovarianza $\gamma_{xx}(\tau)$.
- (b) Dire, motivando la risposta, se $c_{xx}(\tau)$ è uno stimatore non polarizzato.
- (c) Scrivere l'espressione del periodogramma.
- (d) Dire, motivando la risposta, se il periodogramma è uno stimatore non polarizzato.

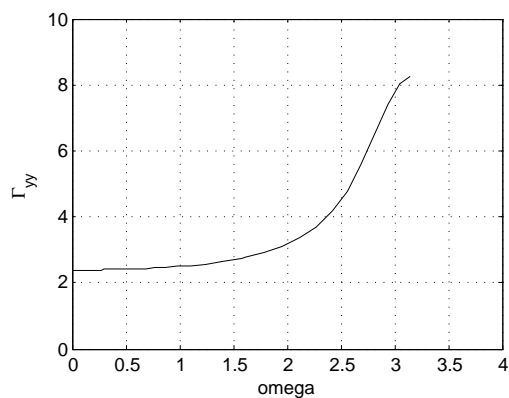
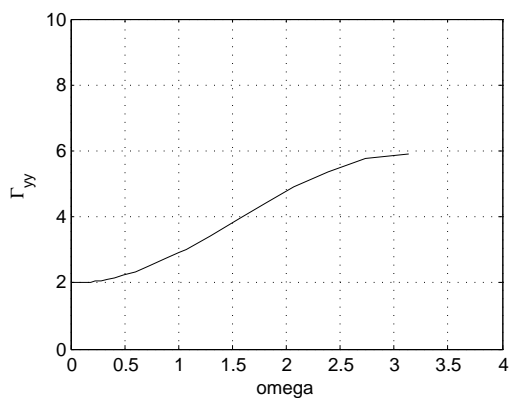
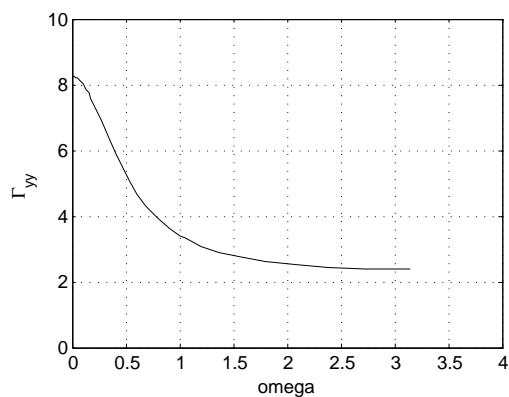
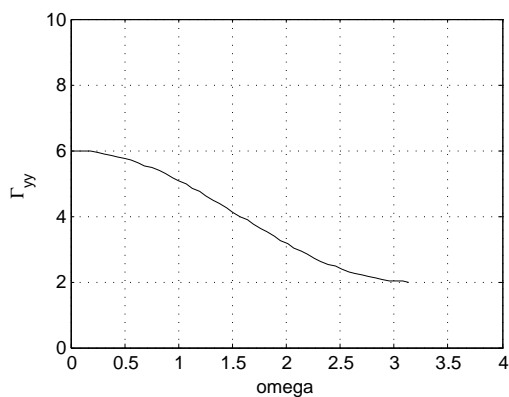
2. Si consideri il processo casuale stazionario $y(t)$ tale che

$$Y(z) = G(z)W(z) + V(z)$$

dove $w(t) \sim WN(0, 1)$ e $v(t) \sim WN(0, 2)$ sono rumori bianchi indipendenti tra loro. Si considerino le seguenti scelte per $G(z)$:

1. $G(z) = 1 - z^{-1}$
2. $G(z) = \frac{1}{1+0.6z^{-1}}$
3. $G(z) = \frac{1}{1-0.6z^{-1}}$
4. $G(z) = 1 + z^{-1}$

Scrivere sopra i grafici delle densità spettrali il numero del corrispondente modello.



3. Si consideri il seguente modello:

$$y(t) = 0.5y(t-1) + 2u(t-2) + 2w(t-1) + 4w(t-2), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

(c) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Un P.C. gaussiano $y(t)$ stazionario è un rumore bianco se e solo se $\Gamma_{yy}(\omega)$ è costante.

(b) Sia $s(t) = x(t) + y(t)$, dove $x(t)$ e $y(t)$ sono due P.C. stazionari. Allora, risulta sempre $\Gamma_{ss}(\omega) = \Gamma_{xx}(\omega) + \Gamma_{yy}(\omega)$.

(c) Il periodogramma è uno stimatore consistente.

(d) Un processo stazionario e gaussiano può non essere ergodico.

(e) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t asintoticamente stabile e $x(t)$ è un rumore bianco con $Var[x(t)] = 2$. Allora, $Var[y(t)]$ coincide con la somma dei quadrati dei coefficienti della risposta impulsiva di $G(z)$.

(f) Dati due P.C. stazionari $x(t)$ e $y(t)$ con $Var[x(t)] = Var[y(t)] = \sigma^2$, risulta sempre $Var[x(t) + y(t)] > 0$.

(g) Per un P.C. stazionario $y(t)$, se esiste $\bar{\omega}$ tale che $\Gamma_{yy}(\bar{\omega}) = 0$, non è possibile calcolare il predittore ottimo a dun passo.

(h) Se $T(z)$ è un filtro passatutto, allora $T(z) = T(z^{-1}), \forall z$.

(i) In un modello ARX, la predizione ottima ad un passo dipende in modo lineare dagli ingressi $u(t-1), u(t-2), \dots$

(j) In una rete neurale RBF, se si fissano i centri dei neuroni ed i parametri che caratterizzano la funzione radiale, si ottiene un modello lineare nei pesi dei neuroni.