

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

3 Maggio 2006

**Cognome** ..... **Nome**.....  
**Matricola** ..... **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli aggiuntivi, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Dimostrare che per V.C. i.i.d. gaussiane la media campionaria è lo stimatore a massima verosimiglianza della media.
2. In una scatola vi sono 2 monete. Una è onesta ( $P(\text{testa}) = 0.5$ ) e l'altra è truccata ( $P(\text{testa}) = 1$ ). Si sceglie a caso una moneta. Avendola lanciata in aria due volte, esce testa in entrambi i casi.

Indicando con  $\Theta$  la probabilità che esca testa ( $\Theta = 0.5$  per la moneta onesta,  $\Theta = 1$  per la moneta truccata), si consideri il problema della stima bayesiana di  $\Theta$ .

- (a) Disegnare la ddp a priori di  $\Theta$ .
- (b) Calcolare la ddp a posteriori di  $\Theta$  dopo un lancio.
- (c) Calcolare la ddp a posteriori di  $\Theta$  dopo 2 lanci.
- (d) Calcolare la stima MAP di  $\Theta$ .

3. Descrivere in non più di una pagina, la procedura di stima LS per modelli ARX.
4. Sia

$$y(t) = x(t) + w(t)$$

dove

$$w(t) \sim WN(0, 1)$$

$$x(t) = 0.5a(t-1) + v(t), v(t) \sim WN(0, 1)$$

con  $v(t)$  e  $w(t)$  tra di loro indipendenti.

- (a) Ricavare l'autocovarianza di  $y(t)$ .
- (b) Ricavare la densità spettrale di potenza di  $y(t)$ .