

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta del 3 Luglio 2006

Cognome **Nome**.....
Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli aggiuntivi, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si considerino i dati i.i.d. X_i , $i = 1, \dots, n$, $X_i \sim N(m, k_i \sigma^2)$, dove i parametri k_i e la media m sono ipotizzati noti.

Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione dello stimatore a massima verosimiglianza di σ^2 .

2. Si consideri il modello lineare $Y = \Phi\Theta + V$, dove Θ e V sono vettori casuali indipendenti e gaussiani. Descrivere lo stimatore di Bayes riportando:

(a) Ipotesi

(b) Espressione dello stimatore

(c) Proprietà

3. Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione del predittore ottimo ad un passo per modelli ARMAX, precisando sotto quali ipotesi il predittore è asintoticamente stabile.

4. Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t) + w(t), w(t) \sim WN(0, 0.25)$$

dove $x(t)$ e $w(t)$ sono P.C. incorrelati e $x(t)$ è un P.C. stazionario con la seguente autocovarianza:

$$\gamma_{xx}(0) = 1, \gamma_{xx}(1) = 0.5, \gamma_{xx}(\tau) = 0, \tau > 1$$

- (a) Ricavare, motivando la risposta, la funzione di autocovarianza $\gamma_{yy}(\tau)$.

(b) Ricavare, motivando la risposta, la densità spettrale di potenza $\Phi_{yy}(z)$.

(c) Ricavare, riportando i principali passaggi, il fattore spettrale canonico del processo $y(t)$ *Suggerimento: $y(t)$ è un $MA(1)$.*

(d) Ricavare, riportando i principali passaggi, il predittore ottimo ad un passo per il P.C. $y(t)$.