

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta del 6 Settembre 2006

Cognome **Nome**.....
Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si consideri il modello

$$Y = \theta + V$$

dove $V \sim N(0, \sigma^2)$. Si consideri il problema della stima a posteriori di θ ipotizzando che la densità a priori sia

$$f_{\theta}(\theta) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda\theta} & , \theta \geq 0 \\ 0 & , \theta < 0 \end{cases}$$

I parametri σ^2 e λ sono ipotizzati noti.

(a) Ricavare l'espressione della stima *Maximum A Posteriori* θ^{MAP} .

(b) Calcolare θ^{MAP} quando $Y = 3$, $\sigma^2 = 1$, $\lambda = 1$.

2. Si consideri il modello

$$Y = \Phi(\theta) + V$$

dove $E[V] = 0$, $Var[V] = \sigma^2\Psi$. Ricavare l'espressione del passo di aggiornamento dell'algoritmo di Gauss-Newton.

3. Discutere in non più di una pagina la stima LS di modelli ARX.

4. Si consideri il processo casuale stazionario $y(t)$ definito da

$$\begin{aligned}y(t) &= x(t) + s(t) \\x(t) &= 0.6x(t-1) + w(t) \\s(t) &= 0.6s(t-1) + u(t-1) + 2u(t-2)\end{aligned}$$

dove $w(t) \sim WN(0, 1)$ e $u(t)$ è un ingresso deterministico.

Ricavare il predittore ottimo ad un passo $y(t|t-1)$.

Suggerimento: si passi attraverso la rappresentazione $Y(z) = X(z) + S(z) = G(z)W(z) + H(z)U(z)$.