Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 8 Febbraio 2007

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Sia $Y(z) = G(z)U(z)$ dove $u(t)$ è un P.C. stazionario e $G(z)$ è una f.d.t. razionale fratta asintoticamente stabile.

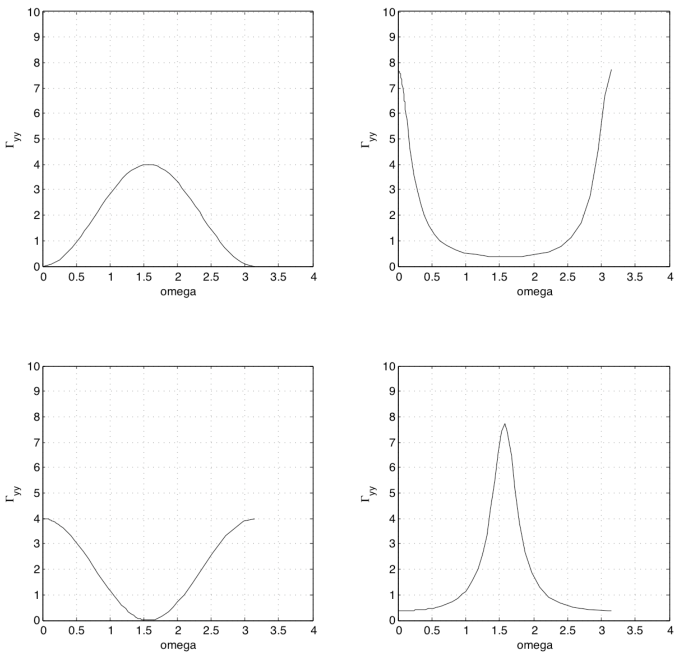
   (a) Dimostrare, riportando i passaggi, che $E[y(t)]$ non dipende da t.

   (b) Dimostrare, riportando i passaggi, che $E[y(t)] = G(1)E[u(t)]$

2. Sia $w(t) \sim WN(0,1)$ e si consideri un P.C. stazionario $y(t)$ definito in uno dei seguenti quattro modi:

1.	$y(t) = w(t) - w(t-2)$	2.	$y(t) = w(t) + w(t-2)$
3.	$y(t) = 0.64y(t-2) + w(t)$	4.	$y(t) = -0.64y(t-2) + w(t)$

Scrivere sopra i grafici delle densitá spettrali il numero della corrispondente funzione di trasferimento.



3. Si consideri il seguente modello:

$$y(t) = u(t-2) + 2u(t-3) + w(t) + 2w(t-1), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Ricavare il fattore spettrale canonico.

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

(c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

(d) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V *F*

(a) Si consideri un P.C. gaussiano $x(t)$ scalare. Allora, risulta sempre $\gamma_{xx}(t_1, t_2) = \gamma_{xx}(|t_1 - t_2|)$.

☐ ☐

(b) Dati due P.C. stazionari $x(t)$ e $y(t)$, se $Var[x(t)] > Var[y(t)]$, allora $\Gamma_{xx}(0) > \Gamma_{yy}(0)$.

☐ ☐

(c) Si consideri il problema della stima dell'autocovarianza di un P.C. ergodico. Lo stimatore $c'_{xx}(\tau)$ è non polarizzato e, per τ fissato, è consistente.

☐ ☐

(d) Sia $Y(z) = G(z)U(z)$, dove $u(t)$ è un P.C. stazionario e $G(z)$ è una f.d.t. asintoticamente stabile. Allora, $\Phi_{yy}(z) = |G(z)|^2\Phi_{uu}(z)$.

☐ ☐

(e) Sia $y(t)$ un P.C. stazionario. Allora, i poli dello spettro $\Phi_{yy}(z)$ sono reciproci a coppie e lo stesso vale per gli zeri.

☐ ☐

(f) La densitá spettrale $\Gamma_{yy}(\omega)$ di un P.C. stazionario di tipo AR non si annulla mai.

☐ ☐

(g) Sia $Y(z) = T(z)W(z)$, dove $T(z)$ è un filtro passatutto con guadagno unitario e $w(t) \sim WN(0, \sigma^2)$. Allora il fattore spettrale canonico di $y(t)$ è $\hat{G}(z) = 1$, $\hat{\sigma}^2 = \sigma^2$.

☐ ☐

(h) Sia $y(t)$ un P.C. stazionario per cui esiste il predittore ottimo ad un passo. Allora, la varianza dell'errore di predizione non è mai maggiore della varianza di $y(t)$.

☐ ☐

(i) In un modello ARMAX, gi zeri del polinomio $B(z)$ hanno sempre modulo minore o uguale ad uno.

☐ ☐

(j) Un segnale periodico di periodo T è persistentemente eccitante di ordine T.

☐ ☐