Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 8 Febbraio 2007

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Si consideri il modello

$$Y_k = \theta_1 x_k^{\theta_2} + V_k, V \sim (0, 2I)$$

dove $x_1 = 2$, $x_2 = -1$.

Si supponga che la stima di Markov sia $\theta_1^M = 1$, $\theta_2^M = 3$.

(a) Ricavare l'espressione della matrice di sensitivitá in corrispondenza di $\theta = \theta^M$.

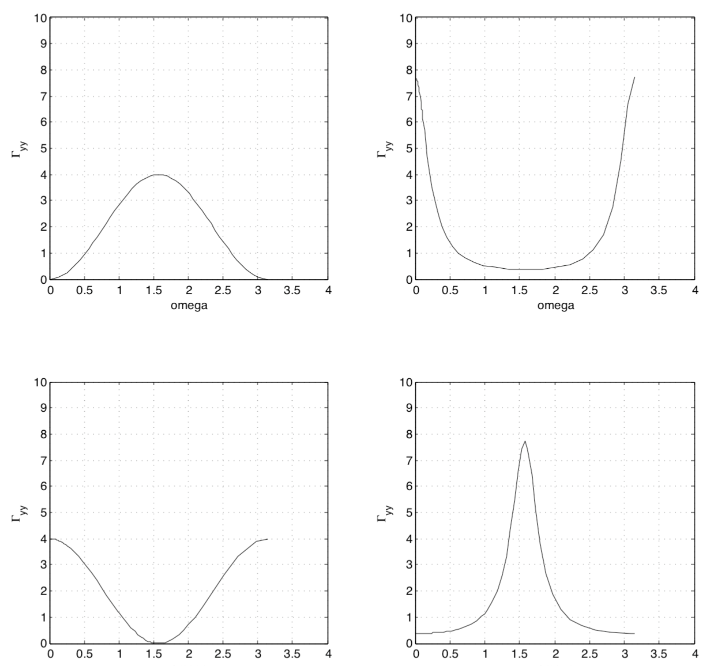
(b) Utilizzando la matrice di sensitivitá del punto precedente, ricavare un valore approssimato della matrice varianza dei parametri stimati.

2. Si consideri un vettore di V.C. $X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_n \end{bmatrix}$ dove le V.C. X_i sono indipendenti e identicamente distribuite con d.d.p. funzione del parametro incognito θ. Elencare le proprietá dello stimatore ML di θ.

3. Sia $w(t) \sim WN(0,1)$ e si consideri un P.C. stazionario $y(t)$ definito in uno dei seguenti quattro modi:

1. $y(t) = w(t) - w(t-2)$	2. $y(t) = w(t) + w(t-2)$
3. $y(t) = 0.64y(t-2) + w(t)$	4. $y(t) = -0.64y(t-2) + w(t)$

Scrivere sopra i grafici delle densitá spettrali il numero della corrispondente funzione di trasferimento.



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

$V \quad F$

(a) Si consideri un P.C. gaussiano $x(t)$ scalare. Allora, risulta sempre $\gamma_{xx}(t_1, t_2) = \gamma_{xx}(|t_1 - t_2|)$.

☐ ☐

(b) Dati due P.C. stazionari $x(t)$ e $y(t)$, se $Var[x(t)] > Var[y(t)]$, allora $\Gamma_{xx}(0) > \Gamma_{yy}(0)$.

☐ ☐

(c) Si consideri il problema della stima dell'autocovarianza di un P.C. ergodico. Lo stimatore $c'_{xx}(\tau)$ è non polarizzato e, per τ fissato, è consistente.

☐ ☐

(d) Sia $Y(z) = G(z)U(z)$, dove $u(t)$ è un P.C. stazionario e $G(z)$ è una f.d.t. asintoticamente stabile. Allora, $\Phi_{yy}(z) = |G(z)|^2\Phi_{uu}(z)$.

☐ ☐

(e) Sia $y(t)$ un P.C. stazionario. Allora, i poli dello spettro $\Phi_{yy}(z)$ sono reciproci a coppie e lo stesso vale per gli zeri.

☐ ☐

(f) La densitá spettrale $\Gamma_{yy}(\omega)$ di un P.C. stazionario di tipo AR non si annulla mai.

☐ ☐

(g) Sia $Y(z) = T(z)W(z)$, dove $T(z)$ è un filtro passatutto con guadagno unitario e $w(t) \sim WN(0, \sigma^2)$. Allora il fattore spettrale canonico di $y(t)$ è $\hat{G}(z) = 1$, $\hat{\sigma}^2 = \sigma^2$.

☐ ☐

(h) Sia $y(t)$ un P.C. stazionario per cui esiste il predittore ottimo ad un passo. Allora, la varianza dell'errore di predizione non è mai maggiore della varianza di $y(t)$.

☐ ☐

(i) In un modello ARMAX, gli zeri del polinomio $B(z)$ hanno sempre modulo minore o uguale ad uno.

☐ ☐

(j) Un segnale periodico di periodo T è persistentemente eccitante di ordine T.

☐ ☐