Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 10 Febbraio 2006

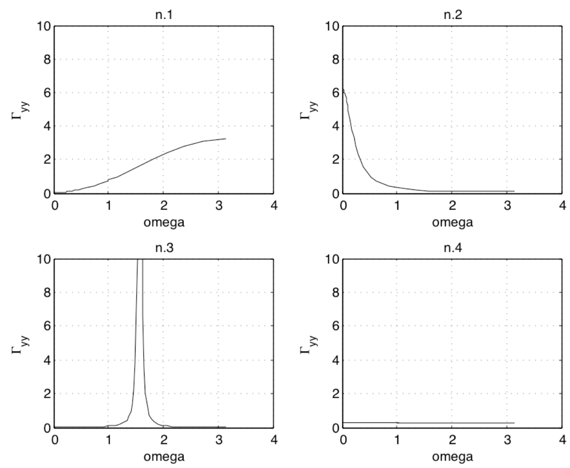
Cognome .... **Nome** ....

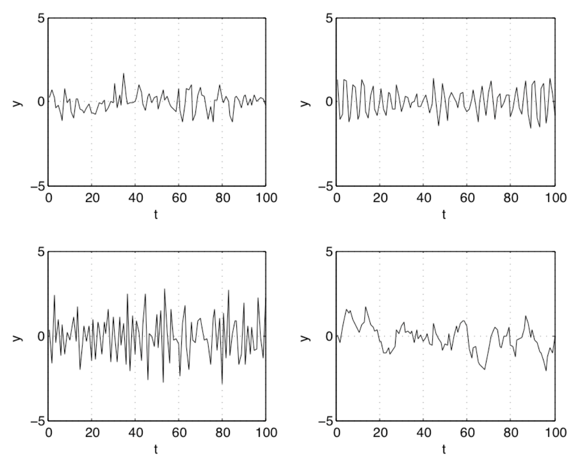
Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Scrivere sopra i grafici delle realizzazioni il numero della corrispondente densità spettrale.





2. Si consideri il seguente modello AR(1) in cui $|a| < 1$:

$$y(t) = ay(t-1) + w(t)), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Dire, motivando la risposta, cosa vale $E[y(t)]$.

(b) Ricavare, riportando i passaggi, la funzione di autocovarianza $\gamma_{yy}(\tau)$.

(c) Ricavare, riportando i passaggi, la densità spettrale di potenza $\Gamma_{yy}(\omega)$.

(d) Dire, motivando la risposta, come cambiano le risposte ai quesiti precedenti se $w(t) \sim WN(1,1)$

3. Si consideri il seguente modello ARMAX:

$$y(t) = 0.5y(t-1) + 0.6u(t-1) + w(t-1) + 2w(t-2), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Ricavare il fattore spettrale canonico.

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

(c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

(d) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Un processo casuale ergodico può non essere stazionario.

☐ ☐

(b) Il periodogramma è uno stimatore polarizzato e non consistente della densità spettrale di potenza.

☐ ☐

(c) la varianza di un processo MA non può essere minore della varianza del suo fattore spettrale canonico.

☐ ☐

(d) Se $y(t)$ è un processo casuale con varianza strettamente positiva, allora $\Gamma_{yy}(\omega) \neq 0, \forall \omega$.

☐ ☐

(e) Sia $v(t) = y(t) - x(t)$, dove $y(t)$ e $x(t)$ sono processi casuali stazionari tra di loro incorrelati: Allora, risulta $\Gamma_{vv}(\omega) = \Gamma_{yy}(\omega) - \Gamma_{xx}(\omega)$.

☐ ☐

(f) Siano $x(t)$ e $y(t)$ due processi stazionari gaussiani. Se $Cov[x(t), y(t)] = 0, \forall t$, allora $x(t)$ e $y(t)$ sono indipendenti.

☐ ☐

(g) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$, dove $x(t)$ è un processo casuale stazionario e $G(z)$ è asintoticamente stabile. Allora $Var[y(t)] = G(1)^2 Var[x(t)]$.

☐ ☐

(h) Si consideri un modello ARMA con $\hat{G}(z) = C(z)/A(z)$. Allora, il predittore $\hat{Y}(z) = (C(z) - A(z))/C(z)Y(z)$ è stabile se e solo se il fattore spettrale canonico non ha zeri con modulo unitario.

☐ ☐

(i) In un modello ARMAX, senza ledere la generalità, si può sempre ipotizzare che $b_0 = 1$.

☐ ☐

(j) Se si usa un metodo di identificazione basato sulla minimizzazione dell'errore di predizione, i modelli ARX risultano identificabili mediante l'algoritmo LS per modelli lineari.

☐ ☐

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Un processo casuale ergodico può non essere stazionario.

☐ ☐

(b) Il periodogramma è uno stimatore polarizzato e non consistente della densità spettrale di potenza.

☐ ☐

(c) la varianza di un processo MA non può essere minore della varianza del suo fattore spettrale canonico.

☐ ☐

(d) Se $y(t)$ è un processo casuale con varianza strettamente positiva, allora $\Gamma_{yy}(\omega) \neq 0$, $\forall \omega$.

☐ ☐

(e) Sia $v(t) = y(t) - x(t)$, dove $y(t)$ e $x(t)$ sono processi casuali stazionari tra di loro incorrelati: Allora, risulta $\Gamma_{vv}(\omega) = \Gamma_{yy}(\omega) - \Gamma_{xx}(\omega)$.

☐ ☐

(f) Siano $x(t)$ e $y(t)$ due processi stazionari gaussiani. Se $Cov[x(t), y(t)] = 0$, $\forall t$, allora $x(t)$ e $y(t)$ sono indipendenti.

☐ ☐

(g) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$, dove $x(t)$ è un processo casuale stazionario e $G(z)$ è asintoticamente stabile. Allora $Var[y(t)] = G(1)^2 Var[x(t)]$.

☐ ☐

(h) Si consideri un modello ARMA con $\hat{G}(z) = C(z)/A(z)$. Allora, il predittore $\hat{Y}(z) = (C(z) - A(z))/C(z)Y(z)$ è stabile se e solo se il fattore spettrale canonico non ha zeri con modulo unitario.

☐ ☐

(i) In un modello ARMAX, senza ledere la generalità, si può sempre ipotizzare che $b_0 = 1$.

☐ ☐

(j) Se si usa un metodo di identificazione basato sulla minimizzazione dell'errore di predizione, i modelli ARX risultano identificabili mediante l'algoritmo LS per modelli lineari.

☐ ☐