Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta del 10 Febbraio 2006

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

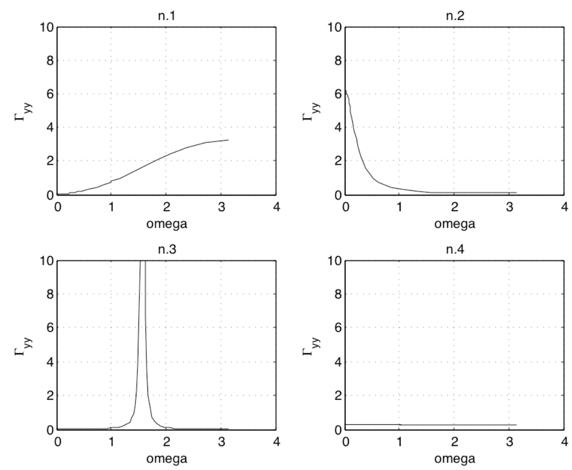
- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

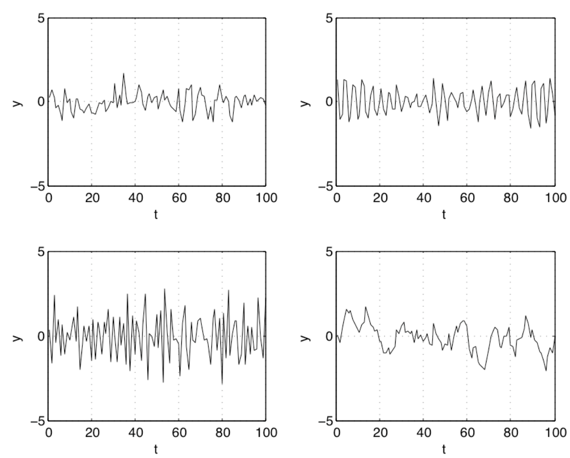
1.
2.
3.
4.

1. Siano X_1 e X_2 due V.C. indipendenti, entrambe con d.d.p. di tipo esponenziale, tali che $E[X_1] = 1/\lambda$ e $E[X_2] = 1/(2\lambda)$. Supponendo di conoscere X_1 e X_2, ricavare λ^{ML}.

2. Si consideri il problema dell'identificazione di un modello non lineare nei parametri. Ricavare il passo di aggiornamento della stima dell'algoritmo di Gauss-Newton.

3. Scrivere sopra i grafici delle realizzazioni il numero della corrispondente densità spettrale.





4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Un processo casuale ergodico può non essere stazionario.

□ □

(b) Il periodogramma è uno stimatore polarizzato e non consistente della densità spettrale di potenza.

□ □

(c) la varianza di un processo MA non può essere minore della varianza del suo fattore spettrale canonico.

□ □

(d) Se $y(t)$ è un processo casuale con varianza strettamente positiva, allora $\Gamma_{yy}(\omega) \neq 0, \forall \omega$.

□ □

(e) Sia $v(t) = y(t) - x(t)$, dove $y(t)$ e $x(t)$ sono processi casuali stazionari tra di loro incorrelati: Allora, risulta $\Gamma_{vv}(\omega) = \Gamma_{yy}(\omega) - \Gamma_{xx}(\omega)$.

□ □

(f) Siano $x(t)$ e $y(t)$ due processi stazionari gaussiani. Se $Cov[x(t), y(t)] = 0, \forall t$, allora $x(t)$ e $y(t)$ sono indipendenti.

□ □

(g) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$, dove $x(t)$ è un processo casuale stazionario e $G(z)$ è asintoticamente stabile. Allora $Var[y(t)] = G(1)^2 Var[x(t)]$.

□ □

(h) Si consideri un modello ARMA con $\hat{G}(z) = C(z)/A(z)$. Allora, il predittore $\hat{Y}(z) = (C(z) - A(z))/C(z)Y(z)$ è stabile se e solo se il fattore spettrale canonico non ha zeri con modulo unitario.

□ □

(i) In un modello ARMAX, senza ledere la generalità, si può sempre ipotizzare che $b_0 = 1$.

□ □

(j) Se si usa un metodo di identificazione basato sulla minimizzazione dell'errore di predizione, i modelli ARX risultano identificabili mediante l'algoritmo LS per modelli lineari.

□ □

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Un processo casuale ergodico può non essere stazionario.

□ □

(b) Il periodogramma è uno stimatore polarizzato e non consistente della densità spettrale di potenza.

□ □

(c) la varianza di un processo MA non può essere minore della varianza del suo fattore spettrale canonico.

□ □

(d) Se $y(t)$ è un processo casuale con varianza strettamente positiva, allora $\Gamma_{yy}(\omega) \neq 0$, $\forall \omega$.

□ □

(e) Sia $v(t) = y(t) - x(t)$, dove $y(t)$ e $x(t)$ sono processi casuali stazionari tra di loro incorrelati: Allora, risulta $\Gamma_{vv}(\omega) = \Gamma_{yy}(\omega) - \Gamma_{xx}(\omega)$.

□ □

(f) Siano $x(t)$ e $y(t)$ due processi stazionari gaussiani. Se $Cov[x(t), y(t)] = 0$, $\forall t$, allora $x(t)$ e $y(t)$ sono indipendenti.

□ □

(g) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$, dove $x(t)$ è un processo casuale stazionario e $G(z)$ è asintoticamente stabile. Allora $Var[y(t)] = G(1)^2 Var[x(t)]$.

□ □

(h) Si consideri un modello ARMA con $\hat{G}(z) = C(z)/A(z)$. Allora, il predittore $\hat{Y}(z) = (C(z) - A(z))/C(z)Y(z)$ è stabile se e solo se il fattore spettrale canonico non ha zeri con modulo unitario.

□ □

(i) In un modello ARMAX, senza ledere la generalità, si può sempre ipotizzare che $b_0 = 1$.

□ □

(j) Se si usa un metodo di identificazione basato sulla minimizzazione dell'errore di predizione, i modelli ARX risultano identificabili mediante l'algoritmo LS per modelli lineari.

□ □