Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati II

Prof. G. De Nicolao

I prova in itinere - 15 Aprile 2014

Cognome.............................. **Nome**..............................

Matricola.............................. **Firma**..............................

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si consideri la V.C. scalare

$$X = \theta_1 + \theta_2 + V$$

dove

$$\theta \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \right), \qquad V \sim N(0,1)$$

con θ e V incorrelate tra loro.

(a) Calcolare, riportando i passaggi, $E[X]$ e $Var[X]$.

(b) Calcolare, riportando i passaggi, $Cov[\theta, X] = E[\theta X]$.

(c) Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione della stima di Bayes θ^B e calcolarla quando $X = 6$

(d) Calcolare, riportando i passaggi, $Var[\theta|X]$.

2. Si considerino delle prove di Bernoulli con probabilità p di successo. Supponendo che il primo successo arrivi al $(k+1)$-esimo tentativo, ricavare, riportando i passaggi, l'espressione dello stimatore ML di p.

3. Si consideri il seguente modello:

$$Y_k = \theta_3 h_1(x_k, \theta_1) + \theta_4 h_2(x_k, \theta_2) + V_k, k = 1, \ldots, n, V \sim N(0, 1)$$

dove

$$h_i(x, \theta_i) = (x - \theta_i)^2, \qquad i = 1, 2$$

Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione della matrice di sensitività.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Per modelli lineari nei parametri $Var[\theta^{ML}]$ coincide con la matrice di informazione di Fisher.

□ □

(b) Nella stima a posteriori, se X e θ sono congiuntamente gaussiane, $Var[\theta|X]$ non dipende da X.

□ □

(c) Siano $X_i \sim N(m, \sigma^2)$. Lo stimatore ML di m è dato dalla media campionaria.

□ □

(d) Siano $X_i \sim N(0, \sigma^2)$. Allora $(\sigma^2)^{ML}$ coincide con M_2, il momento campionario di ordine 2.

□ □

(e) Nella stima a posteriori, se X e θ sono congiuntamente gaussiane, $[\theta^B]$ è funzione lineare di X.

□ □

(f) Per il modello $Y = \Phi\theta^o + V, V \sim N(0, \sigma^2\Psi)$, il calcolo degli intervalli di confidenza per i parametri stimati fa ricorso alla t di Student qualora σ^2 sia sconosciuto.

□ □

(g) Per il modello $Y = \Phi(\theta^o) + V, V \sim N(0, \sigma^2\Psi)$, la stima θ^{ML} è unica se e solo se la matrice di sensitività soddisfa la condizione di identificabilità per ogni valore ammissibile di θ.

□ □

(h) La regressione di y su x e quella di x su y producono la stessa retta se $\sigma^2_{XY} = \sigma^2_X \sigma^2_Y$.

□ □

(i) Una rete neurale RBF i cui parametri caratterizzanti la funzione di base (centri inclusi) sono fissati, diventa un modello lineare nei parametri.

□ □

(j) L'algoritmo di Gauss-Newton non garantisce convergenza ad un minimo.

□ □