

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati II

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 22 Giugno 2016

Cognome **Nome**.....
Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Si consideri un P.C. stazionario $x(t)$ con $E[x(t)] = 0, \forall t$. Se $E[x(t_1)x(t_1 + \tau)] = E[x(t_2)x(t_2 + \tau)], \forall t_1, t_2$, allora $x(t)$ è stazionario in senso lato.

(b) Se $x(t)$ e $y(t)$ sono due P.C. stazionari incorrelati, $Var[x(t) + y(t)] = Var[x(t)] + Var[y(t)]$.

(c) La varianza del periodogramma diminuisce al crescere del numero dei dati.

(d) L'identificazione di un modello ARMA basata sulla minimizzazione dell'errore di predizione è un problema di stima lineare nei parametri.

(e) Sia $Y(z) = G(z)W(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t. asintoticamente stabile e $w(t) \sim WN(0, 1)$. Allora, $Var[y(t)] > 1$.

(f) Si consideri il modello $y(t) = ay(t - 1) + w(t), |a| < 1, w(t) \sim WN(0, 1)$. Allora, $\gamma_{yy}(1) = a\gamma_{yy}(0)$.

(g) Sia $w(t) \sim WN(0, 1)$. Allora $\Gamma_{ww}(\omega) = 1, \forall \omega$.

(h) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t. asintoticamente stabile e $x(t)$ è un P.C. stazionario. Allora, $\Phi_{yy}(z)$ è ricavabile a partire dalla conoscenza di $\Phi_{xx}(z)$ e di $G(z)$.

(i) Se $y(t)$ è un processo MA(n), $\gamma_{yy}(\tau) = 0, |\tau| > n$.

(j) Per un P.C. $x(t)$ stazionario, la varianza dell'errore di predizione commesso dal predittore ottimo ad un passo può essere uguale a $Var[x(t)]$.

2. Si consideri il seguente modello ARMA:

$$y(t) = -0.9y(t-1) + w(t) - 5w(t-1), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Ricavare, riportando i principali passaggi, il fattore spettrale canonico.

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

(c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

(d) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

3. Per un modello $Y = \Phi(\theta) + V$, si ricavi l'espressione del passo di aggiornamento dell'algoritmo di Gauss-Newton.

4. Si eseguono delle prove di Bernoulli ottenendo k successi su n prove. Ricavare la stima ML della probabilità p di successo.