Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati B

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 27 Giugno 2018

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si consideri il seguente modello ARMA:

$$y(t) = 0.6y(t-2) + 2w(t-2) + 4w(t-3), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

   (a) Ricavare, riportando i principali passaggi, il fattore spettrale canonico.

   (b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

   (c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

   (d) Calcolare $E[y(t)]$ se $w(t) \sim WN(1,1)$,

   (e) Scrivere l'espressione del predittore ottimo nel caso in cui $w(t) \sim WN(1,1)$.

2. Si considerino le V.C. i.i.d. $X_i \sim N(m, \sigma^2), i = 1, \ldots, n$. Ricavare, riportando i passaggi, gli stimatori ML di m e σ^2.

3. Si considerino i seguenti processi casuali $y(t)$, dove $w(t) \sim WN(0,1)$:

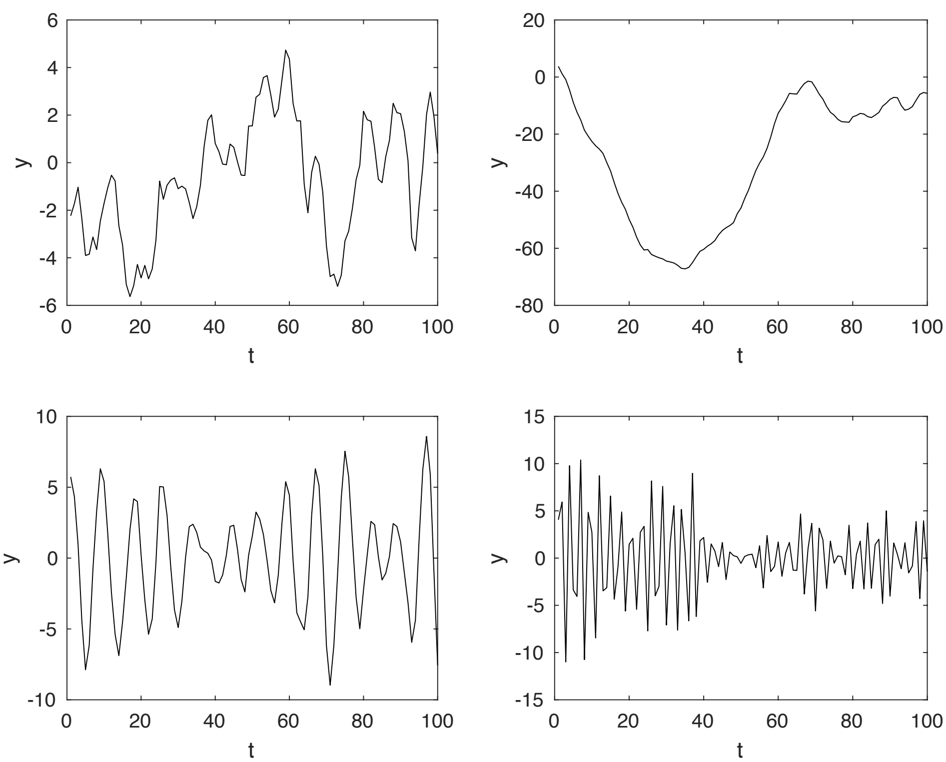
   (a) $y(t) = 1.4y(t-1) - 0.49y(t-2) + w(t)$

   (b) $y(t) = -1.3435y(t-1) - 0.9025y(t-2) + w(t)$

   (c) $y(t) = 1.3435y(t-1) - 0.9025y(t-2) + w(t)$

   (d) $y(t) = 1.8y(t-1) - 0.81y(t-2) + w(t)$

   Scrivere sopra i grafici delle realizzazioni la lettera del corrispondente modello.



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Lo stimatore ML è sempre non polarizzato e a minima varianza.

□ □

(b) Per il modello lineare $Y = \Phi\theta + V$, $V \sim N(0, \Sigma_V)$, lo stimatore ML è sempre non polarizzato e a minima varianza.

□ □

(c) Si consideri la stima di m dalle osservazioni i.i.d. $X_i \sim N(m, \sigma^2), i = 1, \ldots, n$. Allora, lo stimatore ML è a minima varianza.

□ □

(d) Si considerino le V.C. i.i.d. $X_i \sim N(m, \sigma^2), i = 1, \ldots, n$. La media campionaria è gaussiana solo se σ^2 è nota.

□ □

(e) Sia $x(\cdot))$ un P.C. gaussiano con $E[x(t)] = m, Var[x(t)] = \sigma^2, \forall t$. Allora, $x(\cdot)$ è stazionario.

□ □

(f) Per un P.C. stazionario $x(\cdot)$, risulta che $\gamma_{xx}(t)$ è pari e nonnegativa $\forall t$.

□ □

(g) Per un P.C. stazionario $x(\cdot)$, risulta che $\Gamma_{xx}(\omega)$ è pari e nonnegativa $\forall \omega$.

□ □

(h) La media di periodogrammi ha l'effetto di ridurre il bias al costo di aumentare la varianza.

□ □

(i) Sia $y(t) = x(t) + w(t)$ dove x è un P.C. stazionario e w è un rumore bianco. Allora, $\Gamma_{yy}(\omega) > 0, \forall t$.

□ □

(j) Il modello FIR $y(t) = b_0 u(t-k) + \ldots + b_n u(t-k-n) + w(t), w(\cdot) \sim WN(0, 1)$ è lineare nei parametri.

□ □