Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati II

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 21 Giugno 2015

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si consideri il seguente modello ARMA:

$$y(t) = 0.3y(t-1) + w(t-1) - 3w(t-2), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

   (a) Ricavare, riportando i principali passaggi, il fattore spettrale canonico.

   (b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

   (c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

   (d) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

2. Sia θ un parametro incognito la cui ddp è esponenziale con $E[\theta] = 1/\lambda$. Inoltre, sia Y una V.C. scalare con $Y|\theta \sim N(\theta, \sigma^2)$.

   Ricavare, riportando i passaggi, lo stimatore $\theta^{MAP}(Y)$.

3. Si considerino i seguenti processi casuali $y(t)$, dove $w(t) \sim WN(0,1)$:

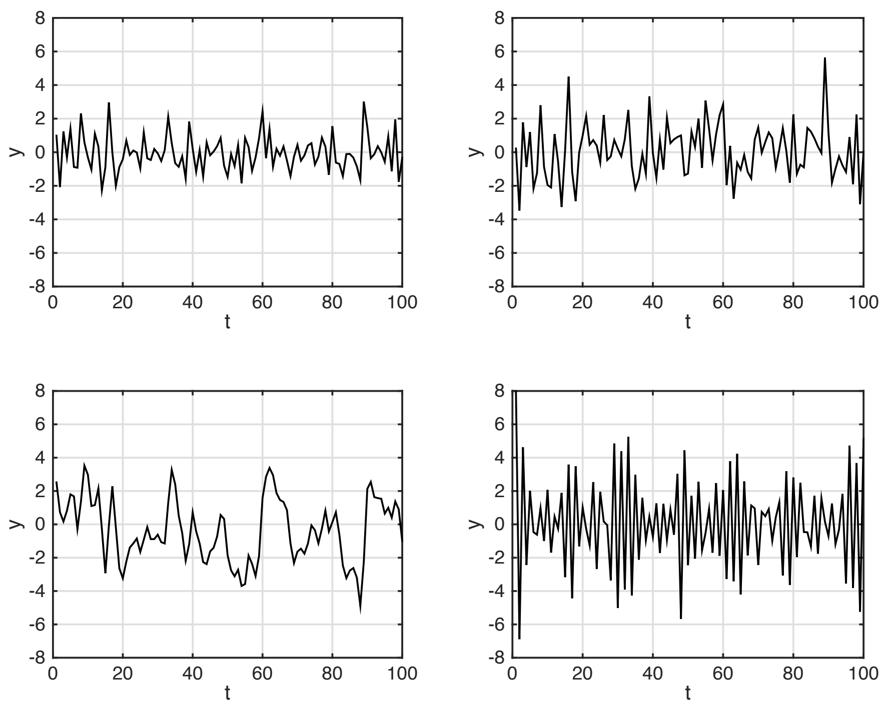
   (a) $y(t) = 0.8y(t-1) + w(t) + 0.8w(t-1)$

   (b) $y(t) = 0.8y(t-1) + w(t) - 0.8w(t-1)$

   (c) $y(t) = -0.8y(t-1) + w(t) - 0.8w(t-1)$

   (d) $y(t) = 0.8y(t-1) + w(t) - 1.6w(t-1)$

   Scrivere sopra i grafici delle realizzazioni la lettera del corrispondente modello.



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) La stima a massima verosimiglianza si basa sull'ipotesi che le osservazioni siano indipendenti.

□ □

(b) La stima θ^B esiste sempre.

□ □

(c) Per il modello $Y = \Phi\theta^o + V, V \sim N(0, I)$, relativamente alla stima θ^{ML}, risulta $E[SSR] = n - q$.

□ □

(d) Si consideri lo stimatore di Bayes per il modello $Y = \Phi\theta + V, V \sim N(0, \Sigma_V), \theta \sim N(0, \Sigma_\theta)$, $\Sigma_V = \sigma^2\Psi > 0$, $\Sigma_\theta > 0$, θ e V indipendenti. Allora, θ^B non dipende da σ^2.

□ □

(e) Il test F per modelli lineari nei parametri assume la gaussianità dei dati.

□ □

(f) Sia $y(t)$ è un processo stazionario con densità spettrale $\Gamma_{yy}(\omega)$. Allora, $Var[y(t)] = \Gamma_{yy}(\omega)/2\pi$.

□ □

(g) Sia $v(t) = y(t)+x(t)$, dove $y(t)$ e $x(t)$ sono processi casuali stazionari: Allora, risulta $\Gamma_{vv}(\omega) \geq \Gamma_{yy}(\omega) + \Gamma_{xx}(\omega)$.

□ □

(h) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$, dove $x(t)$ è un processo casuale stazionario e $G(z)$ è asintoticamente stabile. Allora $\Gamma_{yy}(\omega) = |G(e^{j\omega})|^2 Var[x(t)]$.

□ □

(i) Si consideri il predittore ottimo per un modello ARMA il cui fattore spettrale canonico non ha zeri con modulo unitario. Allora, l'errore di predizione è un rumore bianco.

□ □

(j) In un modello ARMAX, senza ledere la generalità, si può sempre ipotizzare che $b_0 = 1$.

□ □