Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati II

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 24 Giugno 2015

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Si consideri un P.C. stazionario $x(\cdot)$. Se $x(t) \sim N(m, \sigma^2)$, $\forall t$, allora non è detto che $x(t)$ sia un P.C. gaussiano.

☐ ☐

(b) Siano $x(t)$ e $y(t)$ due P.C. stazionari. Non può mai accadere che $Var[x(t) + y(t)] > Var[x(t)] + Var[y(t)]$.

☐ ☐

(c) La polarizzazione del periodogramma diminuisce all'aumentare del numero dei dati.

☐ ☐

(d) La varianza del periodogramma diminuisce all'aumentare del numero dei dati.

☐ ☐

(e) In una rete neurale RBF con funzione di base assegnata il numero di parametri da identificare è proporzionale al numero dei neuroni.

☐ ☐

(f) Sia $Y(z) = G(z)W(z)$, $w(t) \sim WN(0, \sigma^2)$, dove $(G(z), \sigma^2)$ è un fattore spettrale canonico. Allora, $\Gamma_{yy}(\omega) \neq 0, \forall \omega$.

☐ ☐

(g) Si consideri il modello $y(t) = ay(t-1) + w(t), |a| < 1, w(t) \sim WN(0, 1)$. Allora, $\gamma_{yy}(0) = 1/(1-a)$.

☐ ☐

(h) Per un P.C. stazionario $y(t)$ risulta sempre che l'area sottesa da $\Gamma_{yy}(\omega)$ nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ è pari a $Var[y(t)]$.

☐ ☐

(i) Sia $Y(z) = G(z)X(z)$ dove $G(z)$ è una f.d.t asintoticamente stabile e $x(t)$ è un P.C. stazionario. Allora, $\Gamma_{xx}(\bar{\omega}) = 0$ implica $\Gamma_{yy}(\bar{\omega}) = 0$.

☐ ☐

(j) Per modelli ARMA, l'identificazione basata sulla minimizzazione dell'errore di predizione conduce ad un problema di stima lineare nei parametri.

☐ ☐

(k) Per un P.C. $x(t)$ stazionario a spettro razionale (rapporto di polinomi) con $\Gamma_{xx}(\bar{\omega}) = 0$ non esiste il predittore ottimo ad un passo.

☐ ☐

2. Si consideri il seguente modello ARMA:

$$y(t) = 0.6y(t-1) + 2w(t-2) - w(t-3), \quad w(t) \sim WN(0,1)$$

(a) Ricavare, riportando i principali passaggi, il fattore spettrale canonico.

(b) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio della trasformata zeta.

(c) Scrivere l'espressione del predittore ottimo ad un passo nel dominio del tempo.

(d) Calcolare la varianza dell'errore di predizione ad un passo.

3. Si consideri il seguente modello MA(∞):

$$y(t) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i)w(t-i), \quad w(t) \sim WN(1,1)$$

dove $g(i) = a^i$, con $|a| < 1$ e $\sum_{i=0}^{\infty} g(i)^2 < \infty$.

(a) Ricavare la funzione di trasferimento

(b) Spiegare perché il processo è stazionario.

(c) Ricavare $E[y(t)]$.

(d) Ricavare $Var[y(t)]$.

4. Si consideri il processo casuale stazionario $y(t)$ tale che

$$Y(z) = G(z)W(z)$$

dove $w(t) \sim WN(1,1)$. Si considerino le seguenti scelte per $G(z)$:

1. $G(z) = \frac{1}{1+0.9z^{-2}}$ 2. $G(z) = \frac{1}{1-0.81z^{-2}}$

3. $G(z) = \frac{1+2z^{-1}}{1+0.5z^{-1}}$ 4. $G(z) = \frac{0.4}{1-0.9z^{-1}}$

Scrivere sopra i grafici delle densità spettrali il numero del corrispondente modello.