Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

I prova in itinere - 24 Novembre 2008

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Si considerino delle V.C. i.i.d. $X_i \sim N(0, \theta + \sigma^2)$, dove σ^2 è una quantità nota. Ricavare, riportando i passaggi, la stima a massima verosimiglianza di θ.

2. Si considerino n prove di Bernoulli con probabilità p di successo. Conoscendo il numero dei successi, ricavare, riportando i passaggi, l'espressione dello stimatore ML di p.

3. Si consideri il seguente modello:

$$Y_k = a_k\theta + V_k, k = 1, \dots, n, V \sim N(0, \sigma^2 I)$$

dove σ^2 e a_k sono scalari noti.

(a) Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione di θ^{ML}.

(b) Scrivere l'espressione di $Var[\theta^{ML}]$.

(c) Supponendo che $\theta \sim N(0, \lambda^2)$ sia una V.C., indipendente da V, ricavare, riportando i passaggi la stima di Bayes θ^B.

(d) Scrivere l'espressione di $Var[\theta^B]$.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

	V	F
(a) La stima a massima verosimiglianza è sempre unica.	□	□
(b) Lo stimatore a massima verosimiglianza della media di V.C. i.i.d. esponenziali coincide con la media campionaria.	□	□
(c) La varianza dell'errore di stima dello stimatore MS lineare non dipende dalle osservazioni.	□	□
(d) Se X e Y sono V.C. scalari congiuntamente gaussiane, allora $Var[X\|Y = y] = \sigma_X^2 - \sigma_{XY}^2/\sigma_Y^2$.	□	□
(e) Date X e Y V.C. scalari, se $E[X\|Y = y]$ non dipende da y, allora X e Y sono indipendenti.	□	□
(f) Per il modello $Y = \Phi\theta^o + V, V \sim N(0, \sigma^2\Psi)$, il calcolo di θ^{ML} si basa sull'ipotesi che sia soddisfatta la condizione di identificabilità.	□	□
(g) Per il modello $Y = \Phi\theta^o + V, V \sim N(0, \sigma^2\Psi)$, la stima ML di σ^2 è polarizzata.	□	□
(h) Si consideri lo stimatore di Bayes per il modello $Y = \Phi\theta + V, V \sim N(0, \Sigma_V), \theta \sim N(0, \Sigma_\theta)$, $\Sigma_V = \sigma^2\Psi > 0$, $\Sigma_\theta > 0$, θ e V indipendenti. Allora, θ^B non dipende da σ^2.	□	□
(i) Per il modello $Y = \Phi\theta^o + V, V \sim N(0, \sigma^2\Psi)$, con σ^2 incognita, la larghezza degli intervalli di confidenza per i parametri θ dipende anche da Y.	□	□
(j) Il criterio FPE è ricavato ipotizzando la gaussianità dei dati.	□	□