

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati LS

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta del 25 Giugno 2010

Cognome **Nome**.....
Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si considerino i dati i.i.d. X_i , $i = 1, \dots, n$, $X_i \sim N(m, k_i \sigma^2)$, dove i parametri k_i e la media m sono ipotizzati noti.

Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione dello stimatore a massima verosimiglianza di σ^2 .

2. Si consideri il modello lineare $Y = \Phi\Theta + V$, dove Θ e V sono vettori casuali indipendenti e gaussiani. Descrivere lo stimatore di Bayes riportando:

(a) Ipotesi

(b) Espressione dello stimatore

(c) Proprietà

3. Ricavare, riportando i passaggi, l'espressione del predittore ottimo ad un passo per modelli ARMAX, precisando sotto quali ipotesi il predittore è asintoticamente stabile.

4. Si consideri il modello

$$\begin{aligned}x(t) &= y(t) + v(t), & v(t) &\sim WGN(0, 1) \\y(t+1) &= ay(t) + w(t), & w(t) &\sim WGN(0, \sigma^2).\end{aligned}$$

con $v(t)$ e $w(t)$ tra di loro indipendenti. Sapendo che il processo stazionario $x(t)$ è tale che $Var[x(t)] = 5$ e $Cov[x(t), x(t-1)] = 2$, ricavare, riportando i passaggi, i valori di a e σ^2 .