

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati - Esercitazione 1

Prof. G. De Nicolao, dott. G.R. Marseglia

## 1. Media Campionaria

Si consideri una sequenza  $X_k = 1 \dots N$  di variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite in modo uniforme in  $[0, 1]$  e se ne consideri la media campionaria.

- (a) Fissato  $N = 2$  estrarre  $N$  variabili in modo indipendente (si utilizzi ad esempio il comando `rand(1, N)`) e calcolarne la media campionaria.

Si ripeta l'operazione 1000 volte registrando la media campionaria di ciascuna ripetizione in un vettore:

```
N=2;
for i = 1 : 1000
    M(i) = sum(rand(1,N))/N;
end
```

Il valore atteso e la varianza dello stimatore media campionaria (per un dato  $N$ ) possono quindi essere stimate con le istruzioni:

```
mean(M);
var(M);
```

Usando gli elementi del vettore  $M$  posso costruire un istogramma, la cui forma approssima quella della ddp dello stimatore con il comando `hist(M)`.

- (b) Ora si provi ad aumentare  $N$  di 10 volte, ad esempio, e a ripetere le operazioni. Che comportamento ci si può aspettare da media e varianza? Cosa ci si può aspettare che succeda aumentando ancora  $N$ ? Quale teorema spiega questi risultati?
- (c) Si confrontino gli istogrammi ottenuti con  $N = 2, 3, 5, 10$ . Come varia la forma dell'istogramma? Quale teorema giustifica tale comportamento?
- (d) **(bonus)** Per i quattro casi del punto c, scrivere un `.m` file che sovrappone la densità gaussiana teorica della media campionaria alla sua stima ottenuta mediante istogramma normalizzato.

## 2. (bonus) Calcolo di $\pi$

Utilizzando l'istruzione per generare V.C. i.i.d uniformi in  $[0, 1]$  (`rand()`), sviluppare un algoritmo per il calcolo approssimato di  $\pi$  e mostrare graficamente che l'algoritmo converge al crescere di  $N$ .

*Suggerimento:* si consideri l'esperimento casuale consistente nell'estrazione di un punto scelto in modo equiprobabile nel quadrato  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ . Si consideri il cerchio di diametro 1 all'interno di tale quadrato, e si osservi che ogni punto estratto in modo casuale può cadere dentro o fuori dal cerchio.