

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Esercitazione Matlab n. 1

14/12/2015

Esercizio 1: media campionaria

Si consideri una sequenza X_k , $k = 1..N$, di variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite in modo uniforme in $[0, 1]$, e la loro media campionaria.

a. Fissato $N = 2$, estrarre N variabili in modo indipendente (ad esempio, col comando `rand(1, N)`) e calcolarne la media campionaria.

Ripetere l'operazione, ad esempio 1000 volte, memorizzando ogni volta la media campionaria risultante all'interno di un vettore:

```
N = 2
for u = 1 : 1000
    M(u) = sum(rand(1, N)) / N;
end
```

Queste istruzioni creano un vettore M di 1000 elementi. Il valore atteso e la varianza dello stimatore media campionaria (per un dato N) possono quindi essere stimate con le istruzioni

```
mean(M)
var(M)
```

Usando gli elementi del vettore M posso costruire un istogramma, la cui forma approssima quella della ddp dello stimatore:

```
hist(M)
```

b. Ora si provi ad aumentare N di 10 volte, ad esempio, e a ripetere le operazioni. Che comportamento ci si può aspettare da media e varianza? Cosa ci si può aspettare che succeda aumentando ancora N ? Quale teorema spiega questi risultati?

c. Si confrontino gli istogrammi ottenuti con $N = 2, 3, 5$ e 10 . Come varia la forma dell'istogramma? Quale teorema giustifica tale comportamento?

d. (**bonus**) Per i quattro casi del punto c, scrivere un `.m` file che sovrappone la densità gaussiana teorica della media campionaria alla sua stima ottenuta mediante istogramma normalizzato.

Esercizio 2 (**bonus**): calcolo di π

Utilizzando l'istruzione per generare V.C. i.i.d uniformi in $[0, 1]$ (`rand()`), sviluppare un algoritmo per il calcolo approssimato di π .

Suggerimento: si consideri l'esperimento casuale consistente nell'estrazione di un punto scelto in modo equiprobabile nel quadrato $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Si consideri il cerchio di diametro 1 all'interno di tale quadrato, e si osservi che ogni punto estratto in modo casuale può cadere dentro o fuori dal cerchio.

I gruppi di lavoro (2-3 studenti) manderanno, entro una settimana, i file `.m` relativi ai due esercizi *bonus* a lavezzi.silvia@gmail.com

Gli studenti il cui gruppo di lavoro avrà svolto tutti gli esercizi *bonus* proposti nel corso delle esercitazioni riceveranno un *bonus* compreso tra 1 e 3 punti sul voto finale dell'esame da 12 CFU.