

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati MN

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 2 Maggio 2005

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

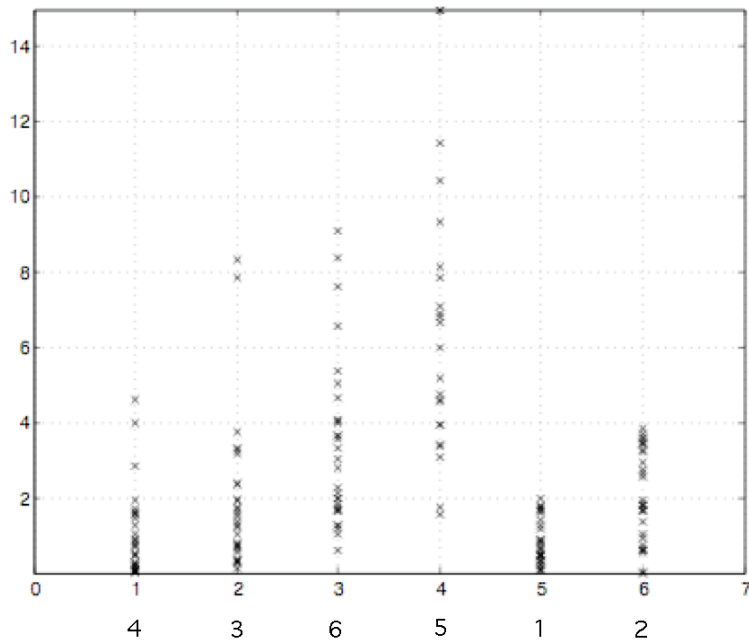
- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	5
2.	10
3.	6
4.	6

1. Si considerino le seguenti densità di probabilità (in tutti i casi $f_X(x) = 0, x < 0$):

1. $f_X(x) = 1/2, 0 < x < 2$
2. $f_X(x) = 1/4, 0 < x < 4$
3. $f_X(x) = e^{-x}$
4. $f_X(x) = 2e^{-2x}$
5. $f_X(x) = \text{Erlang}_2(\lambda = 2)$
6. $f_X(x) = \text{Erlang}_2(\lambda = 4)$

Nel seguente grafico sono riportati 30 valori estratti da ciascuna delle densità. Scrivere sopra ciascun diagramma di dispersione il numero della corrispondente densità.



2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Se A e B sono eventi indipendenti, allora $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

(b) Se la somma di due dadi è uguale a 4, allora la probabilità che il primo sia uguale a 1 è pari a $1/3$.

(c) Due eventi A e B non possono essere sia incompatibili che indipendenti.

(d) La probabilità di avere più di un successo in n prove di Bernoulli è uguale a $1 - npq - q^n$.

(e) La probabilità di non avere nessun evento di Poisson in un intervallo di lunghezza T è uguale a $e^{-\lambda T}$.

(f) Date due V.C. congiunte X e Y , $P(x_1 < X \leq x_2, y_1 < Y \leq y_2) = F_{XY}(x_2, y_2) - F_{XY}(x_2, y_1) - F_{XY}(x_1, y_2) + F_{XY}(x_1, y_1)$.

(g) Se $V = aX + b$, $W = cX + d$, allora $Cov[V, W] = Cov[X, Y]$.

(h) Se U e V sono V.C. indipendenti entrambe uniformi in $[0, 1]$, allora $Y = U - V$ ha una ddp a triangolo in $[-1, 1]$.

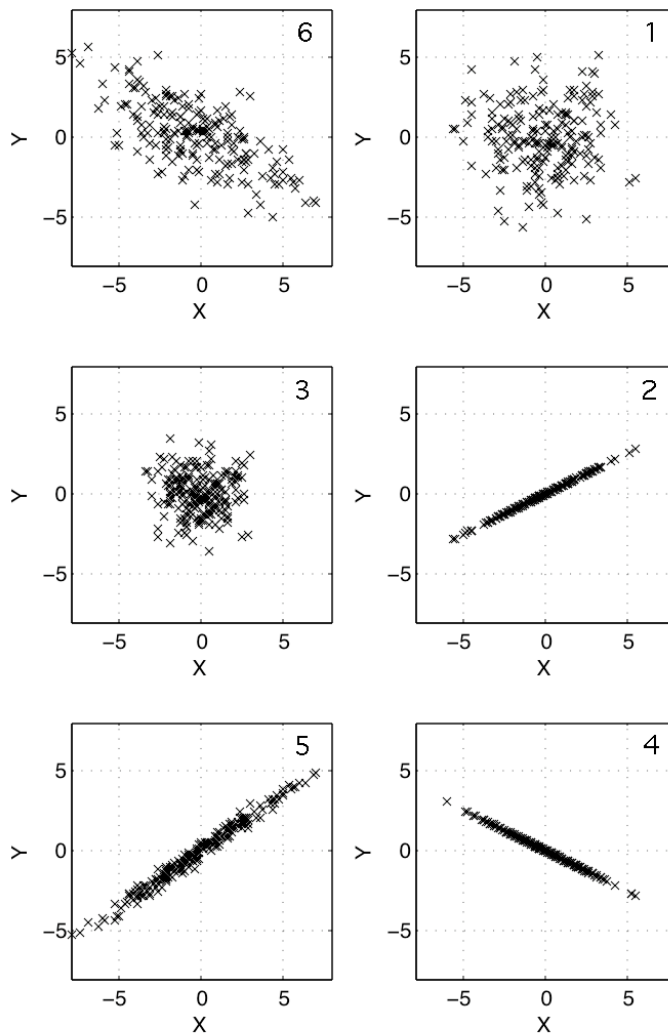
(i) Siano X e Y due V.C. scalari. Allora, $Var[X + Y] = Var[X] + Var[Y] + Cov[X, Y]$.

(j) La disuguaglianza di Chebicev afferma che, $\forall \epsilon < 0$, $P(|X - E[X]| \geq \epsilon) \leq Var[X]/\epsilon^2$.

3. Date due V.C. V e W gaussiane standard indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y :

- | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1. $X = V + 2W$
$Y = 2V - W$ | 2. $X = V + 2W$
$Y = 0.5V + W$ | 3. $X = V + W$
$Y = V - W$ |
| 4. $X = -V + 2W$
$Y = 0.5V - W$ | 5. $X = 3V + W$
$Y = 2V + W$ | 6. $X = 3V + W$
$Y = -2V + W$ |

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



4. Data una V.C X esponenziale con $E[X] = 1$, si considerino le seguenti definizioni per Y :

$$1. \quad Y = X/2 \qquad 2. \quad Y = \sqrt{X} \qquad 3. \quad Y = \ln(x+1)$$

$$4. \quad Y = e^X - 1 \qquad 5. \quad Y = X^2 \qquad 6. \quad Y = 2X$$

Scrivere accanto alle seguenti densità il numero della definizione corrispondente (in tutti i casi $f_Y(y) = 0, y < 0$).

$$\bullet \quad f_Y(y) = \frac{1}{(y+1)^2} \qquad 4$$

$$\bullet \quad f_Y(y) = e^{1+y-e^y} \qquad 3$$

$$\bullet \quad f_Y(y) = \frac{e^{-\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}} \qquad 5$$

$$\bullet \quad f_Y(y) = 2ye^{-y^2} \qquad 2$$

$$\bullet \quad f_Y(y) = \frac{e^{-y/2}}{2} \qquad 6$$

$$\bullet \quad f_Y(y) = 2e^{-2y} \qquad 1$$