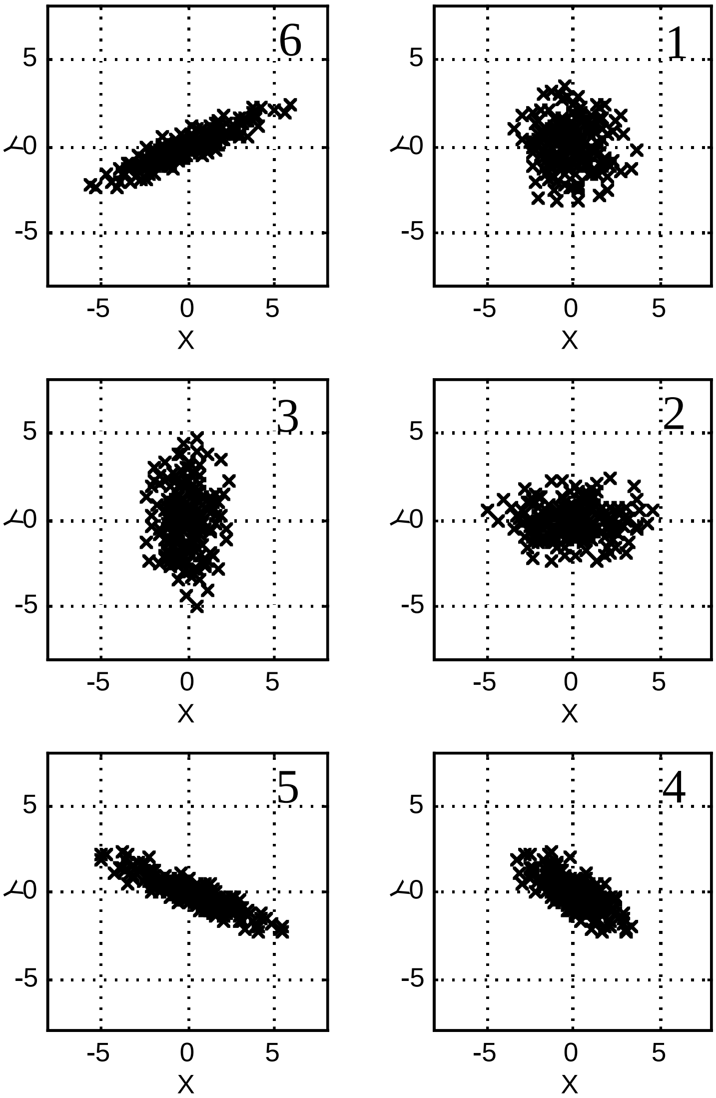
Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati (MN) **25/9/2003**

1. Date due V.C. V e W gaussiane standard e indipendenti tra di loro, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y:

1. X= V+ W Y= V-W	2. X = 2V Y = W	3. X = W Y = 2V
4. X= V- W Y= W	5. X = V - 2W Y = W	6. X = V + 2W Y = W

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta



2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:
(Punteggio: risposta esatta = 1, errore = -1, non risponde = 0)

	V	F
• Se due eventi A e B sono indipendenti, allora P(A+B)=P(A)+P(B)+P(A)P(B).	❑	■
• Var[X+Y]=Var[X]+Var[Y] se e solo se X e Y sono incorrelate.	■	❑
• Se Y:=X+b, allora $f_Y(y) = f_X(y-b)$.	■	❑
• Se E[X] > 0 ed E[Y] < 0, allora $r_{XY} \leq 0$.	❑	■
• Si considerino degli eventi di Poisson con intensità λ. Se λ viene dimezzato, si quadruplica la media del tempo di attesa tra un evento ed il successivo.	❑	■

3. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:
(Punteggio: risposta esatta = 1, errore = -1, non risponde = 0)

	V	F
• Se una successione di V.C. converge in probabilità, allora converge anche quasi certamente.	❑	■
• Nella stima ai minimi quadrati, se rank(Φ) = q, risulta sempre det($\Phi'\Phi$) $\neq$ 0.	■	❑
• $E[\chi^2_N] = N-1$.	❑	■
• Date delle V.C. i.i.d. X_i , i = 1,…,N, $E[X_i] = m$, $Var[X_i] = \sigma^2$, la media campionaria è uno stimatore non polarizzato e consistente di m.	■	❑
• Se $Y = \Phi\theta + V$, con V distribuito gaussianamente, allora θ^{LS} è gaussiano.	■	❑

4. Si considerino i seguenti dati:

$y_1 = 3$	$y_2 = -2$	$y_3 = 0.5$
$t_1 = 0$	$t_2 = 1$	$t_3 = -2$

Vengono presi in considerazione i seguenti modelli:

1) $y_k = \theta_1 \sin(\pi t_k/2) + \theta_2 \cos(\pi t_k/2) + v_k$
2) $y_k = \theta_1 + \theta_2\, t_k + v_k$
3) $y_k = \theta_1 + \theta_2\, t_k^2 + v_k$
4) $y_k = \theta_1 t_k + \theta_2\, t_k^2 + v_k$

dove v_k sono errori di misura tra loro incorrelati con $E[v_k] = 0$, $Var[v_k] = 1$.

Si supponga di calcolare la stima del vettore θ dei parametri mediante lo stimatore di Gauss-Markov. Di seguito sono riportate le inverse delle matrici di covarianza dei parametri stimati per tutti e quattro i casi. Scrivere nelle caselle accanto alle matrici il numero del modello corrispondente.

$\boxed{3}$ $$(Var[\theta^M])^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 17 \end{bmatrix}$$

$\boxed{4}$ $$(Var[\theta^M])^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -7 & 17 \end{bmatrix}$$

$\boxed{2}$ $$(Var[\theta^M])^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$\boxed{1}$ $$(Var[\theta^M])^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$