Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 28 Aprile 2005

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	5
2.	6
3.	6
4.	10

1. (a) Si considerino degli eventi di Poisson con intensità λ. Dire, motivando la risposta, cosa vale la probabilità che non si verifichi nessun evento in un intervalllo di lunghezza unitaria. *(Suggerimento: si può utilizzare la poissoniana oppure fare riferimento alla ddp del tempo di attesa X tra due eventi consecutivi).*

   $P(N(1) = 0) = P(X > 1) =$
   $= 1 - P(X \leq 1) = 1 - F_X(1) = e^{-\lambda}$

   (b) Nella produzione di un dispositivo a semiconduttore la probabilità che un singolo chip (di area pari a 1 cm^2) non sia affetto da un difetto fatale (tale cioè da comprometterne la funzionalità) è pari a 0.64. Ipotizzando che i difetti fatali siano modellizzabili come eventi di Poisson nel piano, valutarne l'intensità σ [unità di misura: $1/cm^2$].

   $e^{-\sigma} = 0.64 \Rightarrow \sigma = -ln0.64 = 0.4463$

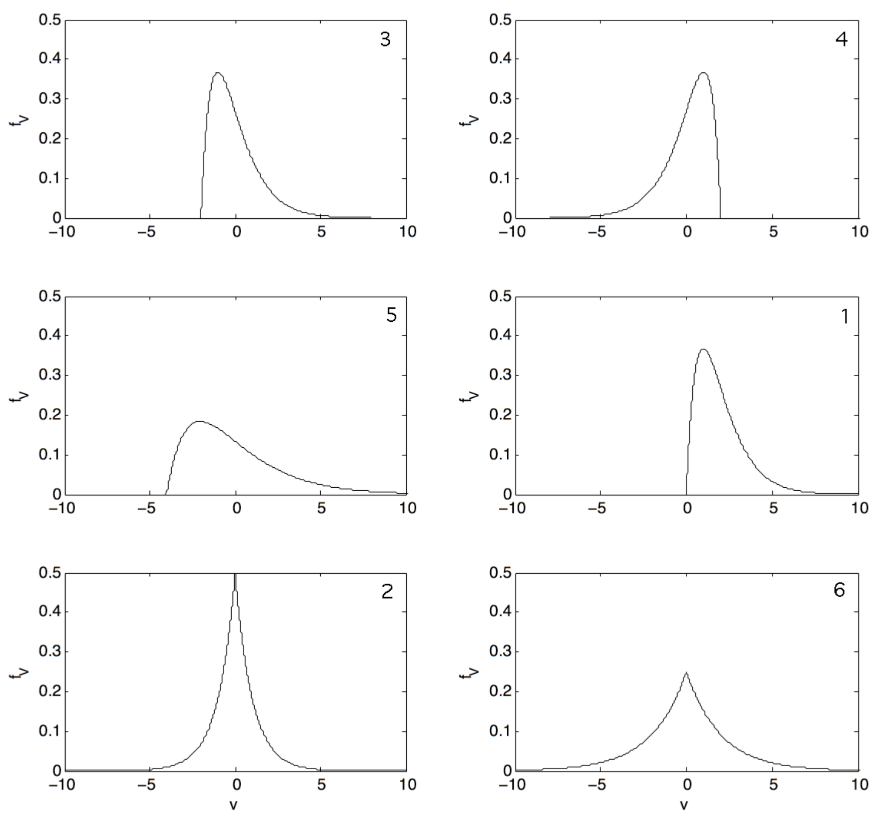
   (c) Calcolare la resa che si ottiene se, grazie ad una maggiore integrazione, l'area del dispositivo viene dimezzata (nota: la resa coincide con la probabilità che un singolo dispositivo sia immune da difetti fatali).

   Resa= $e^{-\frac{\sigma}{2}} = e^{\frac{1}{2}ln0.64} =$
   $= e^{ln\sqrt{0.64}} = \sqrt{0.64} = 0.8$

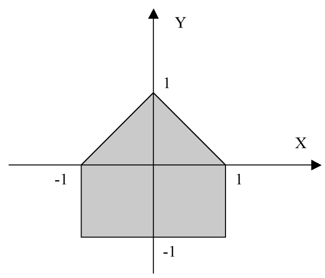
2. Date due V.C. X e Y indipendenti, aventi entrambe ddp esponenziale con parametro $\lambda = 1$, si considerino le seguenti alternative per la definizione di V:

1. $V = X + Y$	*2.* $V = X - Y$	*3.* $V = X + Y - 2$
4. $V = -X - Y + 2$	*5.* $V = 2X + 2Y - 4$	*6.* $V = 2X - 2Y$

Scrivere sopra i grafici della ddp di V il numero della scelta corretta.

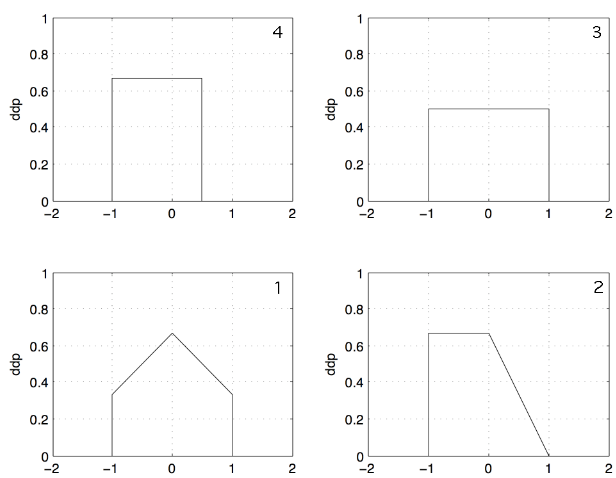


3. Si considerino le V.C. X, Y, coordinate di un punto scelto in modo equiprobabile nella regione disegnata in figura.



Scrivere sopra i grafici delle densità di probabilità il numero della corrispondente densità.

1. $f_X(x)$	2. $f_Y(y)$
3. $f_{Y\|X}(y\|X=0)$	4. $f_{Y\|X}(y\|X=0.5)$



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Si consideri una coppia di dadi onesti ed i seguenti due eventi: A ={somma pari}, B ={primo dado pari}. Allora, $P(A+B) = 0.75$.

☒ ☐

(b) Si consideri un esperimento casuale con tre esiti possibili. Allora, l'insieme degli eventi che comprende i tre esiti è formato da 9 eventi.

☐ ☒

(c) Si consideri una coppia di dadi onesti ed i seguenti due eventi: A ={almeno un 6}, B ={somma = 8}. Allora, $P(A|B) = 3/5$.

☐ ☒

(d) Sia $Y = \sqrt{X}$, dove X è una V.C. uniforme nell'intervallo $[0, 1]$. Allora, $f_Y(y) = 2y, 0 \leq y \leq 1$.

☒ ☐

(e) Sia $Y = \sqrt{X}$, dove X è una V.C. uniforme nell'intervallo $[0, 1]$. Allora, $E[Y] = 0.5$.

☐ ☒

(f) Sia X una V.C. tale che $P(X = 1) = 0.5$, $P(X = 0) = 0.5$. Allora, $Var[X] = 0.5$.

☐ ☒

(g) Se $f_{X|Y}(x|Y = y) \neq f_X(x)$, allora X ed Y non sono incorrelate.

☐ ☒

(h) Risulta sempre $|\sigma_{XY}| \leq \sigma_X \sigma_Y$.

☒ ☐

(i) Siano X e Y due V.C. tali che $Y = X^2$. Allora, $r_{XY} = 1$.

☐ ☒

(j) Se $Var[X - Y] = 0$, allora, $r_{XY} = 1$.

☒ ☐