Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati MN

Prof. G. De Nicolao

Prova scritta - 19 Aprile 2006

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Siano X e Y due V.C. scalari aventi ddp congiunta $f_{XY}(x, y)$. Dimostrare, riportando i passaggi che

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

2. Data una V.C X uniforme nell'intervallo $[0, 1]$, si considerino le seguenti definizioni per Y:

1. $Y = 2\sqrt{X}$	*2.* $Y = X^2/2$	*3.* $Y = \sqrt{X}/2$
4. $Y = 2X^2$	*5.* $Y = X/2$	*6.* $Y = 2X$

Scrivere accanto alle seguenti densitá il numero della definizione corrispondente.

- $f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2y}}$ **2**
  $0 \le y \le 0.5$
- $f_Y(y) = 8y$ **3**
  $0 \le y \le 0.5$
- $f_Y(y) = \frac{1}{2}$ **6**
  $0 \le y \le 2$
- $f_Y(y) = \frac{y}{2}$ **1**
  $0 \le y \le 2$
- $f_Y(y) = 2$ **5**
  $0 \le y \le 0.5$
- $f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{2y}}$ **4**
  $0 \le y \le 2$

3. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Se A, B, C sono eventi indipendenti, allora $P(AB|C) = P(A)P(B)$.

☒ ☐

(b) Siano dati due eventi A, B con $P(A) > 0$, $P(B) > 0$. Se A e B sono indipendenti, non possono essere disgiunti

☒ ☐

(c) Sia X una V.C. di Bernoulli. Allora, $p = 1$ implica $E[X^2] = 1$.

☒ ☐

(d) Lanciando un dado 2 volte, la probabilità di ottenere almeno un sei è minore di 1/3.

☒ ☐

(e) Sia X una V.C. con ddp $f_X(x) = 3x^2$, $0 \leq x \leq 1$. Allora, $E[X] = 2/3$.

☐ ☒

(f) Se X è una V.C. esponenziale con $E[X] = 1$, allora la mediana di X è pari a $\ln 2$.

☒ ☐

(g) $E[XY] = E[X]E[Y]$ se e solo se $Cov[X, Y] = 0$.

☒ ☐

(h) Se U e V sono V.C. entrambe uniformi in $[0, 1]$, allora $Y = U - V$ ha una ddp a triangolo in $[-1, 1]$.

☒ ☐

(i) Siano X e Y due V.C. scalari indipendenti. Allora, $Var[X^2 + Y^2] = Var[X^2] + Var[Y^2]$.

☒ ☐

(j) Sia $V = a + \alpha X$, $W = b + \beta Y$ con $Var[X] > 0$, $Var[Y] > 0$. Allora $r_{VW} = r_{XY}$.

☒ ☐

4. Date due V.C. V e W gaussiane standard indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y:

1. $X = V + 2W$ $Y = -2V - W$	*2.* $X = V$ $Y = 2W$	*3.* $X = 2V$ $Y = 2W$
4. $X = V + W$ $Y = 4W$	*5.* $X = V - W$ $Y = 4W$	*6.* $X = V - W$ $Y = -V + W$

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.