

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati MN

Prof. G. De Nicolao

19 Luglio 2010

**Cognome** ..... **Nome**.....

**Matricola** ..... **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0).

V      F

(a) Se  $A$  e  $B$  sono eventi indipendenti, allora  $P(A|B) = P(B|A)$ .

  

(b) Per una moneta onesta, la probabilità di ottenere la prima testa al quarto lancio è uguale alla probabilità di ottenere 2 teste seguite da 2 croci.

  

(c) Sia  $Y = -X$ . Allora  $F_Y(y) = F_X(-y)$ .

  

(d) Sia  $Y = \exp(X)$ . Allora,  $f_Y(y) = f_X(\ln y)$

  

(e) La mediana della V.C esponenziale è  $\ln(2)/\lambda$ .

  

2. Si consideri il modello

$$Y = \Phi\theta + V, \quad E[V] = 0, \quad \text{Var}[\theta] = \Sigma_V > 0, \quad \theta \in \mathbb{R}^q$$

e si definisca  $\eta := H\theta$ , dove  $\eta \in \mathbb{R}^q$ . Inoltre, sia  $\hat{\eta} = H\theta^M$ , dove  $\theta^M$  indica lo stimatore di gauss-Markov. Si ipotizza che la condizione di identificabilità sia soddisfatta.

(a) Dire, motivando la risposta, se  $\hat{\eta}$  è non polarizzato.

(b) Ricavare  $\text{Var}[\hat{\eta}]$ .

(c) Dimostrare che  $\text{Var}[\hat{\eta}]$  è non singolare se e solo se  $\det H \neq 0$ .



4. Si consideri uno stimatore  $\hat{\theta}$  di un parametro il cui valore vero è  $\theta^o$ .

(a) Dare la definizione di stimatore non polarizzato.

(b) Dare la definizione di MSE (errore quadratico medio).

(c) Sia  $b := E[\hat{\theta}] - \theta^o$ . Dimostrare, riportando i passaggi, che  $MSE = b^2 + Var[\hat{\theta}]$ .

(d) Ricavare il valore di  $b$  per  $S_2$  (momento centrale campionario di ordine 2).