

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati MN

Prof. G. De Nicolao

22 Luglio 2005

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Con riferimento alla definizione assiomatica di probabilità:
 - (a) Enunciare quali proprietà deve soddisfare l'insieme degli eventi.

- (b) Enunciare gli assiomi della probabilità.

2. Dati degli eventi di Poisson con frequenza media λ , si indichi con X_1 il tempo di attesa tra il primo ed il secondo evento di Poisson e con X_2 il tempo di attesa tra il secondo ed il terzo evento. Si definisca $Y := X_1 - X_2$.

(a) Calcolare, riportando i passaggi, il valore di $E[Y]$ e di $Var[Y]$.

(b) Calcolare, riportando i passaggi, la ddp $f_W(w)$, dove $W := -X_2$.

(c) Calcolare, riportando i passaggi, la ddp $f_Y(y)$.

3. Si considerino i seguenti dati

$$y_1 = 4, \quad y_2 = 5, \quad y_3 = 5$$

Si ipotizza che

$$y_k \sim N(\theta^o, \sigma_k^2), \quad k = 1, 2, 3$$

dove

$$\sigma_1^2 = 0.5, \quad \sigma_2^2 = 1, \quad \sigma_3^2 = 2$$

(a) Calcolare la stima di Gauss-Markov di θ^o .
(Suggerimento: si definisca $v_k := y_k - \theta^o$)

(b) Calcolare $Var[\theta^M]$.

(c) Calcolare l'intervallo di confidenza al 95% per θ^o .

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

- | | <i>V</i> | <i>F</i> |
|---|--------------------------|--------------------------|
| (a) Se A e B sono eventi incompatibili (disgiunti), allora $P(A + B) = P(A) + P(B)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) Due eventi A e B possono essere sia incompatibili che indipendenti. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) La probabilità di avere esattamente un successo in n prove di Bernoulli è uguale a npq^{n-1} . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) La probabilità di avere esattamente un evento di Poisson in un intervallo di lunghezza T è uguale a $e^{-\lambda T}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (e) Se $V = X + b$, $W = Y + d$, allora $Cov[V, W] = Cov[X, Y]$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (f) La convergenza in probabilità implica quella in distribuzione ma non viceversa. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (g) Date delle V.C. i.i.d. X_i , $i = 1, \dots, N$, gaussiane, la varianza campionaria noto il valor medio, S_m^2 , è asintoticamente normale. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (h) Se due V.C. X , Y sono congiuntamente gaussiane, allora $Z = X Y$ (X dato Y) è gaussiana. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (i) Date delle V.C. i.i.d. X_i , $i = 1, \dots, N$, si consideri il problema della stima di $E[X_i]$. Se le V.C. sono gaussiane, la quantità di informazione di Fisher è N/σ^2 . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (j) Si ipotizzi che $Y = \Phi\theta^o + V$, $E[V] = 0$, $Var[V] = \sigma^2\Psi$. Allora, il BLUE coincide con θ^{LS} se e solo se Ψ è diagonale. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |