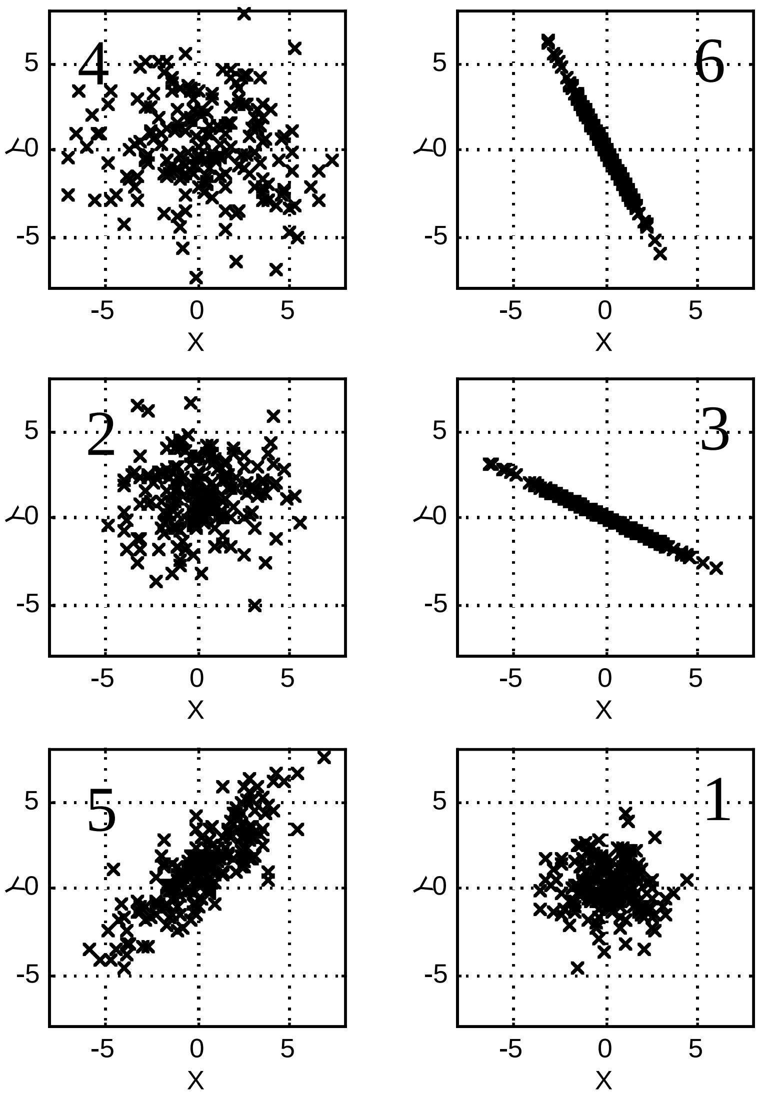
Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati MN(I prova in it.) 26/4/2004

1. Date due V.C. V e W gaussiane standard e indipendenti tra di loro, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y:

1. X= V+ W Y= V-W	2. X = 2W Y = 2V + 1	3. X = V - 2W Y = -0.5V + W
4. X= 2V + 2W Y= 2V- 2W	5. X = 2V + W Y = V + 2W + 1	6. X = 0.5V - W Y = -V + 2W

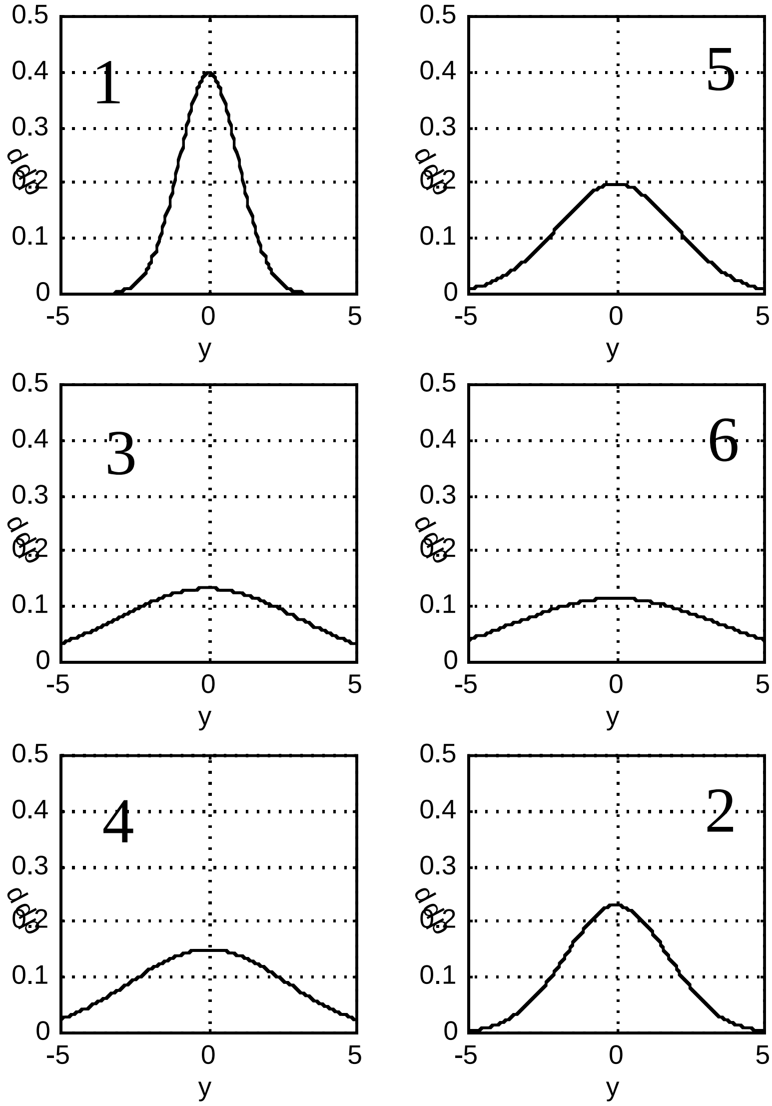
Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta



2. Sia $Y = \alpha X + \beta Z$, dove $X \sim N(0,1)$, $Z \sim N(0,1)$, $Cov[X,Z] = -0.5$. Si considerino le seguenti scelte per i parametri α, β:

1) $\alpha = 1$, $\beta = 1$	2) $\alpha = 1$, $\beta = -1$
3) $\alpha = 3$, $\beta = 3$	4) $\alpha = -2$, $\beta = 1$
5) $\alpha = -2$, $\beta = -2$	6) $\alpha = 2$, $\beta = -2$

Riportare sopra i seguenti grafici della densità di probabilità di Y il numero della corrispondente coppia α,β



3. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:
(Punteggio: risposta esatta = 1, errore = -1, non risponde = 0)

		V	F
1.	Due eventi A e B, con $P(B) \neq 0$, sono indipendenti se e solo se $P(A \mid B) = P(A)$.	■	❑
2.	Due eventi A e B, con $P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$, se sono indipendenti non possono essere disgiunti.	■	❑
3.	Due eventi A e B, con $P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$, se sono disgiunti non possono essere indipendenti.	■	❑
4.	Data una moneta onesta, la probabilità che testa esca per la prima volta al decimo lancio è superiore a 0.001.	❑	■
5.	Se lancio un dado due volte, la probabilità di ottenere un solo 6 è pari a 1/3.	❑	■
6.	Se le V.C. X ed Y sono indipendenti, allora $E[XY] = E[X]E[Y]$.	■	❑
7.	Date due V.C. X ed Y si definiscano $V=aX$, $W=bY$. Allora, $r_{VW} = r_{XY}$.	■	❑
8.	Date due V.C. X ed Y, con $Var[X] \neq 0$, $Var[Y] \neq 0$, risulta sempre $Var[X+Y] \neq 0$.	❑	■
9.	Sia $Y=X+1$, con $E[X] = 0$. Allora, risulta sempre $E[Y^2] \geq 1$.	■	❑
10.	Se X è una V.C. gaussiana con $E[X] = m$, allora $Y=\exp(X)$ è lognormale e $E[Y] = \exp(m)$.	❑	■

4. Si consideri una V.C. X uniforme in [0,1] e si definisca $Y = \exp(X)$.

4.a Calcolare E[Y]

$$\mathbf{E[Y] = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(x)\, f_X(x)\, dx = \int_{0}^{1} \exp(x)\, dx = e - 1}$$

4.b Ricavare $f_Y(y)$.

Considero l'equazione $y = \exp(x)$. Se $y > 0$, ho una sola radice $x_1 = \ln(y)$. Altrimenti, non ho radici.

Inoltre $d(\exp(x))/dx = \exp(x) = y$.

Pertanto, osservando che $f_X(x_1) \neq 0$, quando $x_1 \in [0,1]$, ovvero quando $y \in [1,e]$:

$$f_Y(y) = \frac{f_X(x_1)}{g'(x_1)} = \frac{1}{y}, \qquad y \in [1,e]$$

$$f_Y(y) = 0, \qquad \text{altrove}$$