

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati MN

Prof. G. De Nicolao

II prova in itinere - 26 Giugno 2008

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si considerino le seguenti V.C. indipendenti:

$$Y_1 \sim N(m, 1)$$

$$Y_2 \sim N(m, 2)$$

Si definisca $\theta^o := m$ e si considerino i seguenti stimatori:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{Y_1 + Y_2}{3}$$

(a) Calcolare media e varianza di $\hat{\theta}_1$.

(b) Calcolare media e varianza di $\hat{\theta}_2$.

(c) Per $m = 4$, dire, motivando la risposta, quale stimatore è migliore.

2. A partire dai dati $X_i, i = 1, \dots, N$ i.i.d., $X_i \sim N(m, \sigma^2)$, è stata calcolata la media campionaria. Si considerino i seguenti casi in cui σ^2 è nota:

1. $N = 16, \quad \sigma^2 = 1$

2. $N = 25, \quad \sigma^2 = 4$

3. $N = 25, \quad \sigma^2 = 9$

Si considerino inoltre altri tre casi in cui σ^2 è ignota ed è stata calcolata la varianza campionaria S^2 :

4. $N = 16, \quad S_c^2 = 1$

5. $N = 25, \quad S_c^2 = 4$

6. $N = 25, \quad S_c^2 = 9$

Si indichi con $A := U - L$ l'ampiezza dell'intervallo di confidenza al 95%, dove L e U sono, rispettivamente, il limite inferiore e superiore, vale a dire $I_{0.95} = [L, U]$. Scrivere in corrispondenza delle ampiezze, il numero del caso corretto.

$A = 2.4768 \quad \dots\dots$

$A = 1.5680 \quad \dots\dots$

$A = 1.6512 \quad \dots\dots$

$A = 0.9800 \quad \dots\dots$

$A = 2.3520 \quad \dots\dots$

$A = 1.0655 \quad \dots\dots$

3. Si considerino i seguenti dati

$$\begin{array}{lll} y(1) = 4 & y(2) = 6 & y(3) = 4 \\ x(1) = -1 & x(2) = 0 & x(3) = 1 \end{array}$$

Si ipotizza che i dati siano generati dal seguente modello

$$y(t) = \theta_1 + \theta_2 x(t) + v(t), \quad t = 1, 2, 3$$

dove $v(t)$ sono errori di misura i.i.d. $v(t) \sim N(0, \sigma^2)$.

(a) Calcolare la stima di Gauss-Markov di θ .

(b) Calcolare la stima di σ^2 .

(c) Calcolare la stima di $Var[\theta^M]$.

(d) Dire in base al criterio FPE se il suddetto modello è preferibile al modello più semplice $y(t) = \theta_1 + v(t)$.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

- | | V | F |
|--|--------------------------|--------------------------|
| (a) Siano date le osservazioni i.i.d. $X_i, i = 1, \dots, n$. Allora, $Var[M_1] = E[S^2]/n$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) I momenti campionari centrali sono stimatori non polarizzati. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) L'ampiezza dell'intervallo di confidenza per la media campionaria di osservazioni i.i.d. gaussiane è inversamente proporzionale al numero n di osservazioni. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) Relativamente alla stima della media di osservazioni i.i.d. gaussiane, la quantità di informazione di Fisher è pari a σ^2/n . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (e) Se $X_i \sim N(0, 1), i = 1, \dots, n$, sono V.C. indipendenti, allora M_2 è distribuito come un χ_n^2 . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (f) La non polarizzazione asintotica è condizione necessaria per la consistenza di uno stimatore. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (g) θ^{LS} coincide con θ^M se e solo se Ψ è diagonale. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (h) Se il numero di dati è superiore al numero di parametri, la condizione di identificabilità è sempre soddisfatta. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (i) Sotto l'Ipotesi I2 lo stimatore di Gauss Markov è lo stimatore lineare non polarizzato a minima varianza (BLUE) anche se il vettore V non è gaussiano. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (j) FPE, AIC ed MDL sono asintoticamente equivalenti. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Appendix Table 5 Quantiles of the d.f. of t
 (Reproduced from Sir Ronald Fisher and Dr F. Yates: *Statistical Tables for Biological, Medical and Agricultural Research*,
 Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh, by kind permission of the authors and publishers)

$P = 2(1 - F)$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	0.848	1.046	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291