Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

1 Luglio 2005

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Con riferimento alla definizione assiomatica di probabilitá:
   (a) Enunciare quali proprietá deve soddisfare l'insieme degli eventi.

   (b) Enunciare gli assiomi della probabilitá.

2. Dati degli eventi di Poisson con frequenza media λ, si indichi con X_1 il tempo di attesa tra il primo ed il secondo evento di Poisson e con X_2 il tempo di attesa tra il secondo ed il terzo evento. Si definisca $Y := X_1 - X_2$.

   (a) Calcolare, riportando i passaggi, il valore di $E[Y]$ e di $Var[Y]$.

   (b) Calcolare, riportando i passaggi, la ddp $f_W(w)$, dove $W := -X_2$.

   (c) Calcolare, riportando i passaggi, la ddp $f_Y(y)$.

3. Si considerino i seguenti dati

$$y_1 = 4, \quad y_2 = 5, \quad y_3 = 5$$

Si ipotizza che

$$y_k \sim N(\theta^o, \sigma_k^2), \quad k = 1, 2, 3$$

dove

$$\sigma_1^2 = 0.5, \quad \sigma_2^2 = 1, \quad \sigma_3^2 = 2$$

(a) Calcolare la stima di Gauss-Markov di θ^o.
(Suggerimento: si definisca $v_k := y_k - \theta^o$)

(b) Calcolare $Var[\theta^M]$.

(c) Calcolare l'intervallo di confidenza al 95% per θ^o.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Se A e B sono eventi incompatibili (disgiunti), allora $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

☐ ☐

(b) Due eventi A e B possono essere sia incompatibili che indipendenti.

☐ ☐

(c) La probabilità di avere esattamente un successo in n prove di Bernoulli è uguale a npq^{n-1}.

☐ ☐

(d) La probabilità di avere esattamente un evento di Poisson in un intervallo di lunghezza T è uguale a $e^{-\lambda T}$.

☐ ☐

(e) Se $V = X + b$, $W = Y + d$, allora $Cov[V, W] = Cov[X, Y]$.

☐ ☐

(f) La convergenza in probabilitá implica quella in distribuzione ma non viceversa.

☐ ☐

(g) Date delle V.C. i.i.d. X_i, $i = 1, \ldots, N$, gaussiane, la varianza campionaria noto il valor medio, S_m^2, è asintoticamente normale.

☐ ☐

(h) Se due V.C. X, Y sono congiuntamente gaussiane, allora $Z = X|Y$ (X dato Y) è gaussiana.

☐ ☐

(i) Date delle V.C. i.i.d. X_i, $i = 1, \ldots, N$, si consideri il problema della stima di $E[X_i]$. Se le V.C. sono gaussiane, la quantitá di informazione di Fisher è N/σ^2.

☐ ☐

(j) Si ipotizzi che $Y = \Phi\theta^o + V$, $E[V] = 0$, $Var[V] = \sigma^2\Psi$. Allora, il BLUE coincide con θ^{LS} se e solo se Ψ è diagonale.

☐ ☐