Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

II Prova scritta - 2 Febbraio 2015

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.	
2.	
3.	
4.	

1. Si considerino le V.C. indipendenti, $X_i, i = 1, \ldots, n$, la cui ddp è uniforme nell'intervallo $[\theta - 0.5\sqrt{12}, \theta + 0.5\sqrt{12}]$. Come stimatore di θ viene utilizzata la media campionaria $\bar{X}_n$.

   (a) Calcolare il valore numerico di $Var[\bar{X}_n]$.
   Suggerimento: si faccia uso delle proprietà della V.C. uniforme.

   (b) Si indichino con U e L il limite superiore ed inferiore dell'intervallo di confidenza al 95% dello stimatore. Ricavare l'ampiezza $U - L$ quando $n = 100$.

   (c) Ricavare n tale che $U - L = 0.01$.

2. Si supponga che valga la seguente Ipotesi I2:

$$Y = \Phi\theta^o + V, \quad E[V] = 0, Var[V] = \sigma^2\Psi, \quad \Psi > 0$$

(a) Dimostrare che θ^{BLUE} è non polarizzato.

(b) Ricavare $Var[\theta^{\text{BLUE}}]$, riportando i passaggi.

(c) Sempre sotto l'ipotesi I2, si immagini di utilizzare come stimatore θ^{LS}. Ricavare, riportando i passaggi, il bias di questo stimatore.

(d) Ricavare, sempre sotto I2, $Var[\theta^{\text{LS}}]$, riportando i passaggi.

3. Si considerino i seguenti dati

$$\begin{array}{lll} y(1) = 1 & y(2) = 1 & y(3) = 2 \\ x(1) = -2 & x(2) = 0 & x(3) = 2 \end{array}$$

Si ipotizza che i dati siano generati dal seguente modello

$$y(t) = \theta_1 + \theta_2 x(t) + v(t), \quad t = 1, 2, 3$$

dove $v(t)$ sono errori di misura i.i.d. $v(t) \sim N(0, \sigma_i^2), \sigma_1^2 = \sigma_3^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$.

(a) Ricavare l'espressione di θ^{BLUE}.

(b) Ricavare $Var[\theta^{BLUE}]$.

(c) Dire motivando la risposta se il seguente modello è preferibile:

$$y(t) = \theta_1 + v(t),$$

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Siano date le osservazioni i.i.d. X_i, $i = 1, \dots, n$. Allora, la media della varianza campionaria coincide con la varianza della media campionaria.

□ □

(b) I momenti campionari sono stimatori non polarizzati, consistenti e asintoticamente gaussiani.

□ □

(c) Al crescere di n la V.C. t_n converge in distribuzione ad una V.C. normale standard.

□ □

(d) Al crescere di n la V.C. χ_n^2 converge in distribuzione ad una V.C. normale standard.

□ □

(e) Se $X_i \sim N(0,1)$, $i = 1, \dots, n$, sono V.C. indipendenti, allora S^2 è distribuito come un χ_n^2.

□ □

(f) La convergenza in media quadratica implica la convergenza in distribuzione.

□ □

(g) Se i dati Y sono gaussiani, θ^{LS} è gaussiano.

□ □

(h) La condizione di identificabilità è soddisfatta se e solo se $det(\Phi'\Phi) \neq 0$.

□ □

(i) $FPE = nSSR/(n-q)$.

□ □

(j) Se si usa il criterio AIC, la probabilità di sovrastimare l'ordine del modello tende a zero al crescere del numero dei dati.

□ □