

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati A

Prof. G. De Nicolao

5 Febbraio 2018

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1
2.
3.
4.

1. Con riferimento agli assiomi della probabilità:

(a) Definire l'insieme \mathcal{F} degli eventi.

(b) Enunciare gli assiomi della probabilità per \mathcal{F} a cardinalità finita.

(c) Enunciare l'assioma di additività completa per \mathcal{F} a cardinalità infinita.

(d) Dimostrare, usando gli assiomi, che $P(A) \leq 1, \forall A \in \mathcal{F}$.

2. A partire dai dati $X_i, i = 1, \dots, N$ i.i.d., $X_i \sim N(m, \sigma^2)$, è stata calcolata la media campionaria e la varianza campionaria S^2 .

1. $N = 4, S^2 = 4$
2. $N = 9, S^2 = 9$
3. $N = 16, S^2 = 16$
4. $N = 25, S^2 = 25$
5. $N = 36, S^2 = 36$
6. $N = 49, S^2 = 49$

Scrivere in corrispondenza dei seguenti intervalli di confidenza al 95%, il numero del caso corretto.

- $I = [7.9894, 12.0106]$
- $I = [7.6940, 12.3060]$
- $I = [7.9699, 12.0301]$
- $I = [7.9361, 12.0639]$
- $I = [7.8686, 12.1314]$
- $I = [6.8176, 13.1824]$

Appendix Table 5 Quantiles of the d.f. of t
 (Reproduced from Sir Ronald Fisher and Dr F. Yates: *Statistical Tables for Biological, Medical and Agricultural Research*, Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh, by kind permission of the authors and publishers)

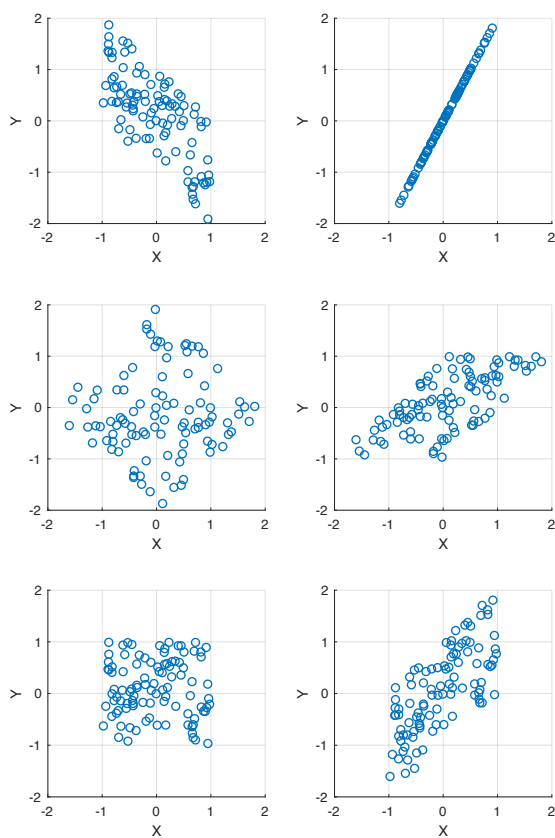
$P = \alpha(1 - \alpha)$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.903	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.395	4.032	6.869
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.797	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.866	3.355	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	0.848	1.046	1.296	1.671	2.000	2.399	2.660	3.460
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.385	2.617	3.373
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

APPENDIX TABLES 653

3. Date due V.C. U e V indipendenti e identicamente distribuite, uniformi tra -1 e 1 , si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y :

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|
| 1. $X = U$
$Y = V$ | 2. $X = U$
$Y = U + V$ | 3. $X = U + V$
$Y = V$ |
| 4. $X = U + V$
$Y = U - V$ | 5. $X = 0.5U + 0.5V$
$Y = U + V$ | 6. $X = U$
$Y = -U + V$ |

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) In un modello lineare nei parametri, se il rumore V è gaussiano, allora θ^{LS} è gaussiano.

(b) La somma dei quadrati dei residui associata alla stima LS di un modello con $k + 1$ parametri è sempre inferiore a quella associata alla stima LS di un modello con k parametri.

(c) Siano X e Y due vettori casuali. Allora, $Cov[X, Y] = E[XY^T] - E[X]E[Y]^T$.

(d) Per n che tende all'infinito, la funzione di distribuzione della V.C. Binomiale di ordine n è approssimabile da $N(np, np(1 - p))$.

(e) La ddp di $X + Y$ è la convoluzione di $f_X(x)$ e $f_Y(y)$.

(f) La varianza di uno stimatore polarizzato è sempre minore o uguale a quella di uno stimatore non polarizzato.

(g) Se X e Y hanno la stessa varianza σ^2 , allora risulta sempre che $2\sigma^2 \leq Var[X + Y] \leq 4\sigma^2$.

(h) Le coordinate X e Y di un punto scelto in modo equiprobabile in un quadrato centrato nell'origine sono incorrelate ma non indipendenti.

(i) Se $Y = e^X$, $X \sim N(0, 1)$, allora la mediana di Y è uguale a uno.

(j) Se si risponde a caso, la probabilità di dare 10 risposte esatte a 10 domande vero/falso è minore di $1/1000$.