Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

Prova in itinere - 14 Novembre 2011

Cognome..... **Nome**.....

Matricola..... **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Siano X e Y due V.C. congiunte aventi ddp congiunta $f_{XY}(x, y)$.

   - Dimostrare, riportando i passaggi che

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

   - Dimostrare, riportando i passaggi che

$$Var[X + Y] = Var[X] + 2Cov[X, Y] + Var[Y]$$

2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

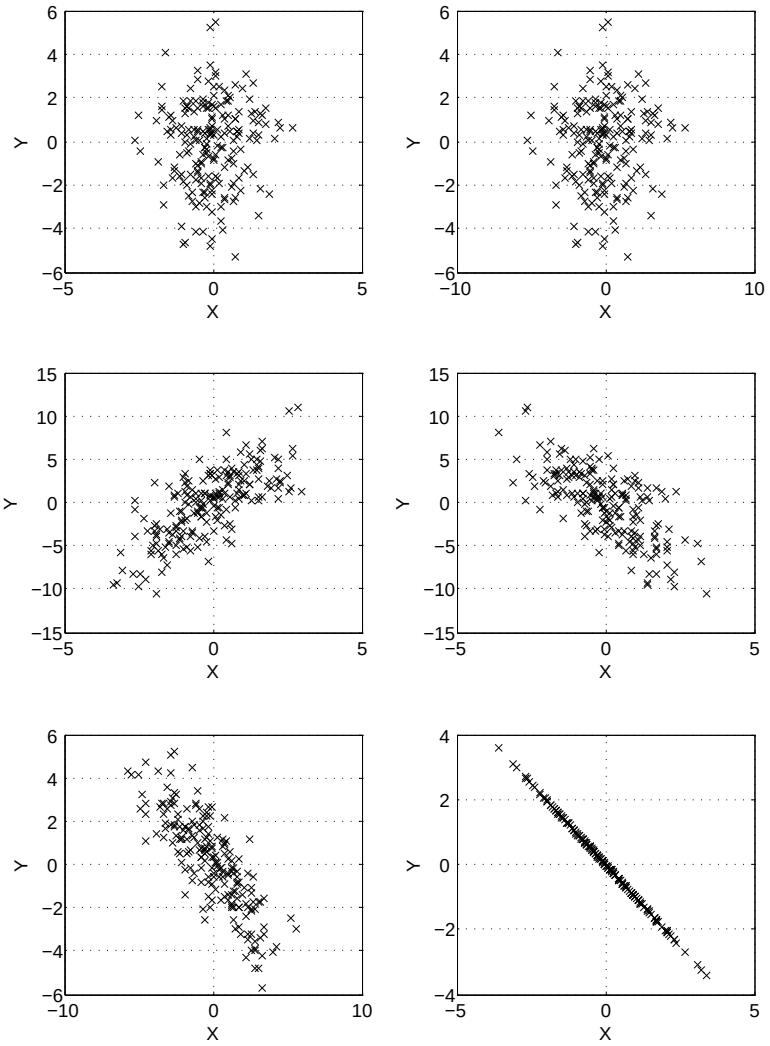
	V	F
(a) Data una moneta onesta, le sequenze CCCC e CTCT hanno la stessa probabilità di verificarsi.	☐	☐
(b) Per una V.C di Bernoulli, si ha che $E[X^k] = p$.	☐	☐
(c) Se X è una V.C. uniforme in $[0, \pi]$ allora $E[\sin X] = 2/\pi$.	☐	☐
(d) Sia $V = aX$, $W = bY$, con $a \neq 0$, $b \neq 0$. Allora $Cov[V, W] = Cov[X, Y]$.	☐	☐
(e) Siano X, Y due V.C. identicamente distribuite con $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$. Allora, $Var[Y + X] \leq 4\sigma^2$.	☐	☐
(f) Se $Var[X + Y] = Var[X] + Var[Y]$, allora X e Y sono incorrelate..	☐	☐
(g) Se U e V sono V.C. entrambe uniformi in $[0, 1]$, allora $Y = 2U - V$ ha una ddp a trapezio in $[-1, 2]$ con $E[Y] = 1$.	☐	☐
(h) Siano X e Y due V.C. scalari indipendenti. Allora, $Var[2X^2 + Y^2] = 2Var[X^2] + Var[Y^2]$.	☐	☐
(i) Per una V.C.esponenziale, media e varianza coincidono.	☐	☒
(j) Sia X il risultato di un dado onesto. Allora, gli eventi $A = \{X \geq 2\}$ e $B = \{X \leq 2\}$ sono indipendenti.	☐	☒

3. Date due V.C. V e W gaussiane standard indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y:

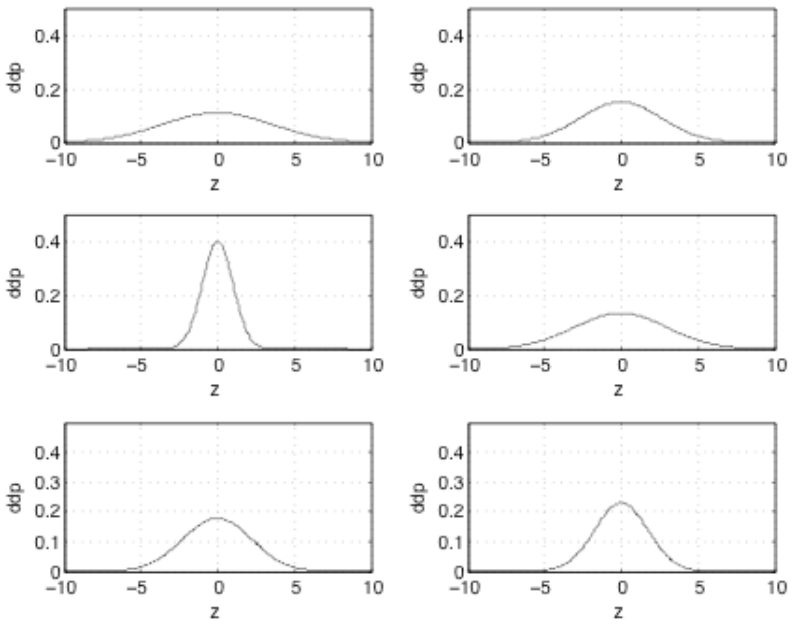
   1. $X = V + 2W$, $Y = -2V - W$ *2.* $X = V$, $Y = 2W$ *3.* $X = 2V$, $Y = 2W$

   4. $X = V + W$, $Y = 4W$ *5.* $X = V - W$, $Y = 4W$ *6.* $X = V - W$, $Y = -V + W$

   Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



4. Date due V.C. V e W identicamente distribuite con $V, W \sim N(0, 2)$, $\sigma_{VW} = 1$, si considerino le seguenti alternative per la definizione di Z:

   1. $Z = 0.5V + 0.5W$ *2.* $Z = 3V - W$ *3.* $Z = 2V - W$
   4. $Z = V + 1.5W$ *5.* $Z = V - W$ *6.* $Z = 2V - 2W$

   Scrivere sopra i grafici della d.d.p. di Z il numero della scelta corretta.