Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

16 Luglio 2007

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

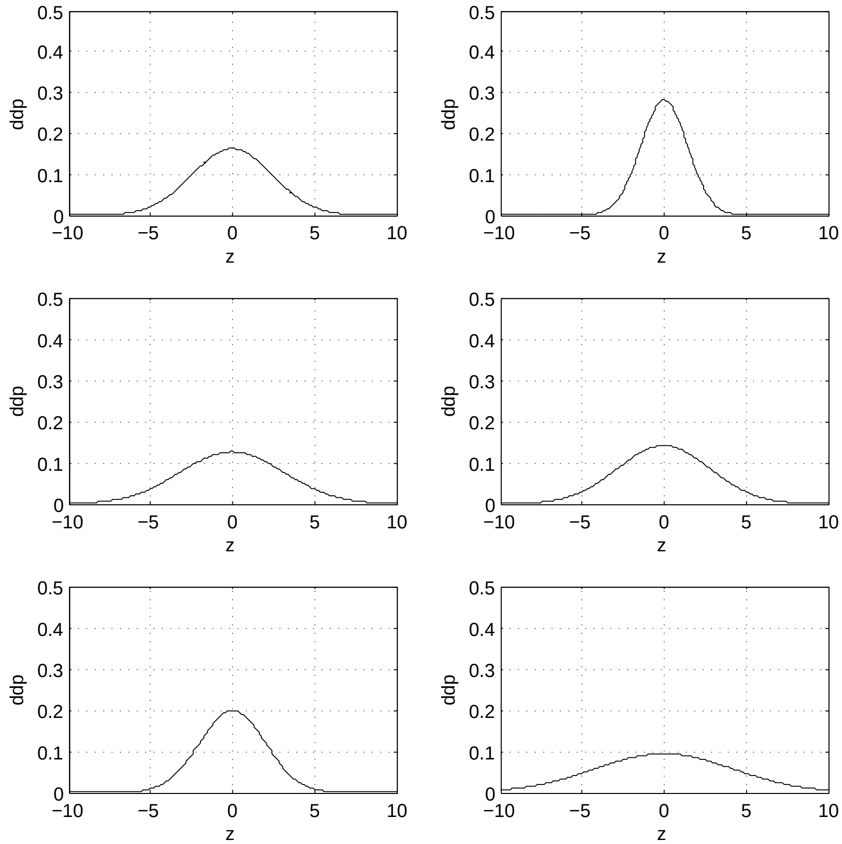
- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Date due V.C. X e Y congiuntamente gaussiane con $E[X] = E[Y] = 0$, $Var[X] = Var[Y] = 3$, considerino le seguenti alternative per la definizione di σ_{XY}:

1. $\sigma_{XY} = 0$	*2.* $\sigma_{XY} = 1$	*3.* $\sigma_{XY} = 2$
4. $\sigma_{XY} = -1$	*5.* $\sigma_{XY} = -2$	*6.* $\sigma_{XY} = -6$

   Avendo definito $Z = X - Y$, scrivere sopra i grafici della d.d.p. $f_Z(z)$, il numero della scelta corretta.



2. Si considerino V.C. i.i.d. X_1, $i = 1, \ldots, n$.

   - Riportare la definizione del momento campionario del secondo ordine M_2.

   - Dimostrare, riportando i passaggi che M_2 è non polarizzato.

   - Dimostrare, riportando i passaggi che M_2 è consistente.

   - Dimostrare, riportando i passaggi che M_2 è asintoticamente gaussiano.

3. Si considerino i seguenti dati

$u_1(0) = 1 \quad u_1(1) = -1 \quad u_1(2) = 1$

$u_2(0) = -1 \quad u_2(1) = 1 \quad u_2(2) = 2$

$y_1(0) = 1 \quad y_1(1) = 2 \quad y_1(2) = -1$

e i modelli

(a) $y(t) = \theta_1 + \theta_2 u_1(t) + v(t)$
(b) $y(t) = \theta_1 u_1(t) + \theta_2 u_2(t) + v(t)$
(c) $y(t) = \theta_1 + \theta_2 u_2(t) + v(t)$
(d) $y(t) = \theta_1 + \theta_2 u_1(t) u_2(t)^2 + v(t)$

dove gli errori $v(t)$ sono indipendenti con $E[v(t)] = 0$, $Var[v(1)] = Var[v(3)] = 2$, $Var[v(2)] = 1$. Si indichi con θ^{BLUE} lo stimatore BLUE di θ. Scrivere accanto alle matrici che forniscono $Var[\theta^{BLUE}]$ la lettera del corrispondente modello.

$$Var[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 0.5185 & 0.0741 \\ 0.0741 & 0.2963 \end{bmatrix} \qquad \ldots$$

$$Var[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 0.5672 & -0.0896 \\ -0.0896 & 0.1194 \end{bmatrix} \qquad \ldots$$

$$Var[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 0.7368 & -0.3158 \\ -0.3158 & 0.4211 \end{bmatrix} \qquad \ldots$$

$$Var[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad \ldots$$

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) La probabilità dell'unione di due eventi indipendenti è sempre uguale alla somma delle loro probabilitá.

☐ ☐

(b) Si lancino un dado rosso ed un dado verde. Sapendo che la somma è pari a 4, la probabilità che uno dei due dadi sia uguale ad 1 è pari a 1/3.

☐ ☐

(c) Si consideri una moneta onesta. La probabilità di ottenere testa al primo lancio seguita da 9 croci è pari alla probabilitá di ottenere 5 teste seguite da 4 croci.

☐ ☐

(d) Per una V.C. di Bernoulli X, risulta sempre $Var[X] \leq 0.25$.

☐ ☐

(e) La somma di n V.C. di Bernoulli i.i.d. è una V.C. binomiale di ordine n.

☐ ☐

(f) Sia $X = aV$, $Y = bW$. Allora, $Cov[X, Y] = Cov[V, W]$ se e solo se $a = b = 1$.

☐ ☐

(g) Per V.C. X_i, i.i.d., con $E[X_i] = m$, la media campionaria converge in probabilità a m .

☐ ☐

(h) Per V.C. i.i.d. X_i, $i = 1, \ldots, n$, gaussiane, la media campionaria è gaussiana anche per valori piccoli di n.

☐ ☐

(i) Sotto l'ipotesi I2, se Ψ raddoppia, raddoppia anche $Var[\theta^M]$, dove θ^M indica lo stimatore di Gauss-Markov.

☐ ☐

(j) Sotto l'ipotesi I2 con $\Psi = I$, si indichino con q_1, q_2, $q_1 < q_2$ il numero dei parametri e con SSR_i la somma dei quadrati dei residui dello stimatore LS associato a due modelli gerarchici. Allora $SSR_2 = SSR_1$ implica $FPE_2 > FPE_1$.

☐ ☐