Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

18 Luglio 2005

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Data una V.C. X, uniforme in $[0, 1]$, si definisca $Y = e^X$.

   (a) Calcolare, riportando i passaggi, $E[Y]$.

   (b) Ricavare, riportando i passaggi, $f_Y(y)$.

2. (a) Enunciare la Legge dei Grandi Numeri per variabili casuali i.i.d. X_i, $i = 1, \ldots, N$.

   (b) Dimostrare che la media campionaria M_1 delle V.C. i.i.d. X_i, $i = 1, \ldots, N$ converge in probabilitá a $E[X_i]$.

3. Si considerino i seguenti dati

$$\begin{array}{lll} y(1) = 2 & y(2) = 0 & y(3) = -1 \\ x(1) = -1 & x(2) = 0 & x(3) = 1 \end{array}$$

Si ipotizza che i dati siano generati dal seguente modello

$$y(t) = \theta^o x(t) + v(t), t = 1, 2, 3$$

dove $v(t)$ sono errori di misura i.i.d. $v(t) \sim N(0, \sigma^2)$, con σ^2 sconosciuto.

(a) Calcolare, riportando i principali passaggi, la stima di Gauss-Markov di θ.

(b) Calcolare, riportando i principali passaggi, $Var[\theta^M]$.

(c) Calcolare, riportando i principali passaggi, l'intervallo di confidenza al 95% per θ^o.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Si consideri una coppia di dadi onesti. Allora, $P(somma = 7) = 1/6$.

□ □

(b) Si consideri un dado onesto, e si definisca l'evento $A =${almeno un "6" su 3 lanci}. Allora, $P(A) < 0.5$.

□ □

(c) Sia X una V.C. tale che $P(X = 1) = 0.5$, $P(X = 0) = 0.5$. Allora, $Var[X] = 0.25$.

□ □

(d) $f_{X|Y}(x|Y = y) = f_X(x)$ se e solo se X ed Y sono incorrelate.

□ □

(e) Risulta sempre $Cov[X, Y] = E[XY] - E[X]E[Y]$.

□ □

(f) Se $\lim_{N\to\infty} Var[\hat{\theta}] = 0$, allora $\hat{\theta}$ è consistente.

□ □

(g) Date due V.C. scalari X, Y, congiuntamente gaussiane, non può mai accadere che $Var[X|Y = y] > Var[X]$.

□ □

(h) Date delle V.C. i.i.d. gaussiane standard X_i, $i = 1, \ldots, N$, risulta $E[M_2] = 1$.

□ □

(i) Date delle V.C. i.i.d. gaussiane X_i, $i = 1, \ldots, 100$, $Var[X_i] = 400$, è possibile che l'intervallo di confidenza al 95% per la media sia $[0.08, 7.92]$.

□ □

(j) Asintoticamente FPE ed AIC hanno la stessa probabilità di sovrastimare l'ordine del modello.

□ □