

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

Prova in itinere - 18 Novembre 2013

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si considerino delle V.C. congiunte X ed Y .

(a) Dimostrare, riportando i passaggi, che $E[\alpha X + \beta Y] = \alpha E[X] + \beta E[Y]$.

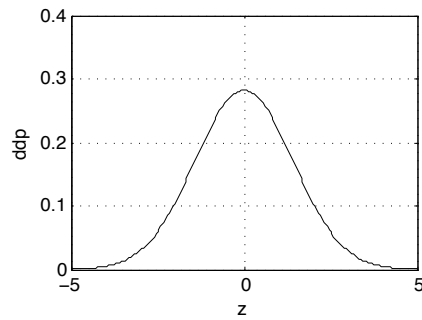
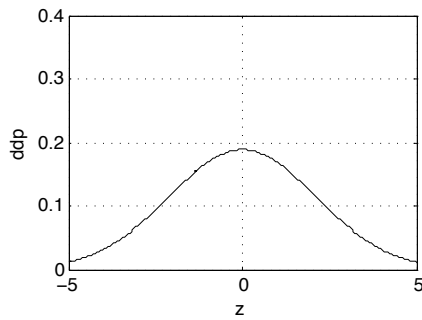
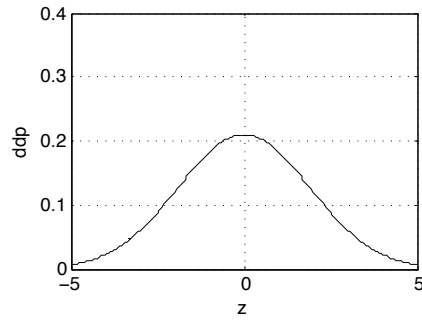
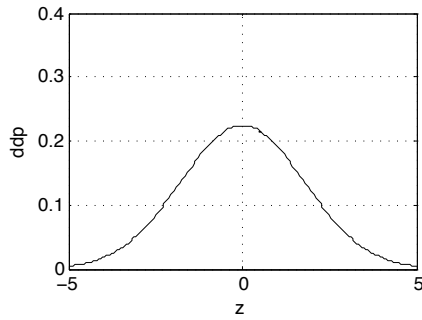
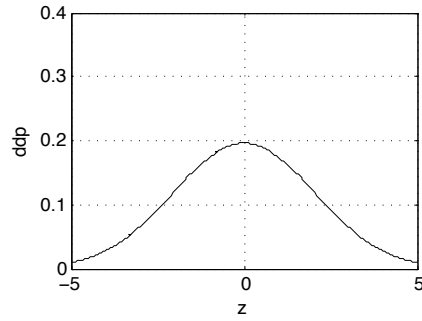
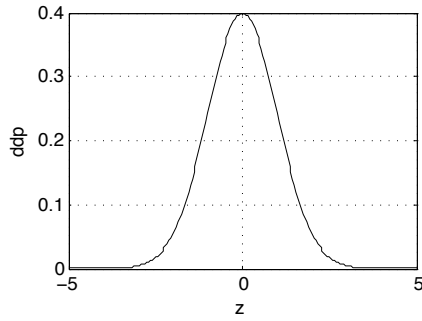
(b) Dimostrare, riportando i passaggi, che $Cov[X - a, Y - b] = Cov[X, Y]$,
dove a e b sono due costanti deterministiche.

(c) Ricavare r_{VW} in funzione di r_{XY} , dove $V = \alpha X$, $W = \beta Y$.

2. Date due V.C. $V \sim N(0, 1)$ e $W \sim N(0, 2)$ con $\sigma_{VW} = 1$, si considerino le seguenti alternative per la definizione di Z :

- | | | |
|-----------------|-------------------|------------------|
| 1. $Z = V - W$ | 2. $Z = -2V + 2W$ | 3. $Z = V + 2W$ |
| 4. $Z = 3V + W$ | 5. $Z = 2V + 2W$ | 6. $Z = 2V - 3W$ |

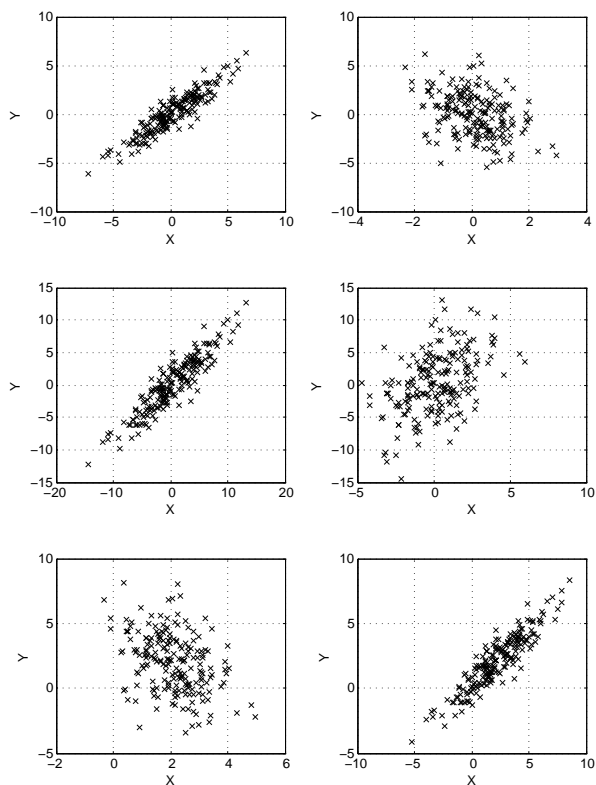
Scrivere sopra i grafici della d.d.p. di Z il numero della scelta corretta.



3. Date due V.C. $V \sim N(0, 1)$ e $W \sim N(0, 2)$ indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y :

- | | | |
|----------------------------|------------------------------------|------------------------------|
| 1. $X = V + W$
$Y = W$ | 2. $X = V + W + 2$
$Y = W + 2$ | 3. $X = 2V + 2W$
$Y = 2W$ |
| 4. $X = V$
$Y = -V + W$ | 5. $X = V + 2$
$Y = -V + W + 2$ | 6. $X = 2V$
$Y = 2V + 2W$ |

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

- (a) Se A e B sono eventi disgiunti con $P(B) \neq 0$, allora $P(A|B) = 0$.
- (b) La probabilità di dare 10 risposte esatte a 10 domande vero/falso tirando ad indovinare è inferiore a 10^{-3} .
- (c) Dati tre eventi A, B, C con $P(B) \neq 0, P(C) \neq 0$ e $P(A|BC) = P(A|B)$, risulta $P(ABC) = P(A|B)P(B|C)P(C)$.
- (d) Se esiste $Var[X]$ allora esiste anche $E[X]$.
- (e) Risulta sempre $E[g(X)] = g(E[X])$.
- (f) Sia Y la somma di n V.C. X_i i.i.d. esponenziali con $E[X_i] = 1/\lambda$. Allora $E[Y^2] = n(n+1)/\lambda^2$.
- (g) Se X e Y sono le coordinate di un punto scelto in modo equiprobabile in un cerchio centrato nell'origine, allora X e Y sono indipendenti.
- (h) Se X e Y sono le coordinate di un punto scelto in modo equiprobabile in un cerchio centrato nell'origine, allora X e Y sono incorrelate.
- (i) Se X e Y sono indipendenti, allora $Var[g(x) + h(Y)] = Var[g(x)] + Var[h(Y)]$.
- (j) Se $Var[X-Y] = 0$ e $Var[X] \neq 0$, allora X e Y non sono indipendenti.