# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

Prova in itinere - 19 Novembre 2012

**Cognome** .............................. **Nome** ..............................

**Matricola** .............................. **Firma** ..............................

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

| |
|---|
| 1. |
| 2. |
| 3. |
| 4. |

1. Si considerino delle V.C. i.i.d $X_i$, $i = 1, \ldots, n$, con $E[X_i] = m$, $Var[X_i] = \sigma^2$.

   (a) Enunciare il Teorema Centrale del Limite.

   (b) Sia $\bar{X}$ la media campionaria di $X_i$, $i = 1, \ldots, n$. Dimostrare, riportando i passaggi, che:

      i. La media campionaria converge in media quadratica a $m$.

      ii. Per $n$ "grande", $\bar{X} \sim N(m, \sigma^2/n)$.

2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

$V$ $F$

(a) Sia $X$ il risultato di un dado onesto. Allora, gli eventi $A = \{pari\}$ e $B = \{X \leq 4\}$ sono indipendenti.

☐ ☐

(b) Siano $X, Y$ due V.C. i.i.d. di tipo esponenziale. Allora, $Var[X-Y] = 2Var[X]$.

☐ ☐

(c) Se $Var[X+Y] < Var[X] + Var[Y]$, allora $X$ e $Y$ non sono incorrelate..

☐ ☐

(d) Siano $X_i, i = 1, \ldots, n$ delle V.C. i.i.d. con $\sigma^2 = Var[X_i]$. Allora, la deviazione standard della media campionaria è pari a $\sigma/n$.

☐ ☐

(e) $E[XY] = E[X]E[Y]$ se e solo se $f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$.

☐ ☐

(f) Data una V.C. $X$ con ddp a triangolo (isoscele) in $[0, 2]$, risulta $Var[X] = 1/6$.

☐ ☐

(g) Si considerino delle prove di Bernoulli con $p = 0.5$. La probabilità di ottenere il primo successo al quarto tentativo è pari a $1/8$.

☐ ☐

(h) Sia $Y = aX + b$, con $a < 0$. Allora, $F_Y(y) = F_X(\frac{y-b}{a})$.

☐ ☐

(i) Sia $V = X - a$, $W = Y - b$. Allora, $Cov[V, W] = Cov[X, Y]$ e $r_{VW} = r_{XY}$.

☐ ☐

(j) Siano $X$, $Y$ due V.C. congiuntamente gaussiane. Allora, $Var[Y|X = x] = \sigma_Y^2 - \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}$.

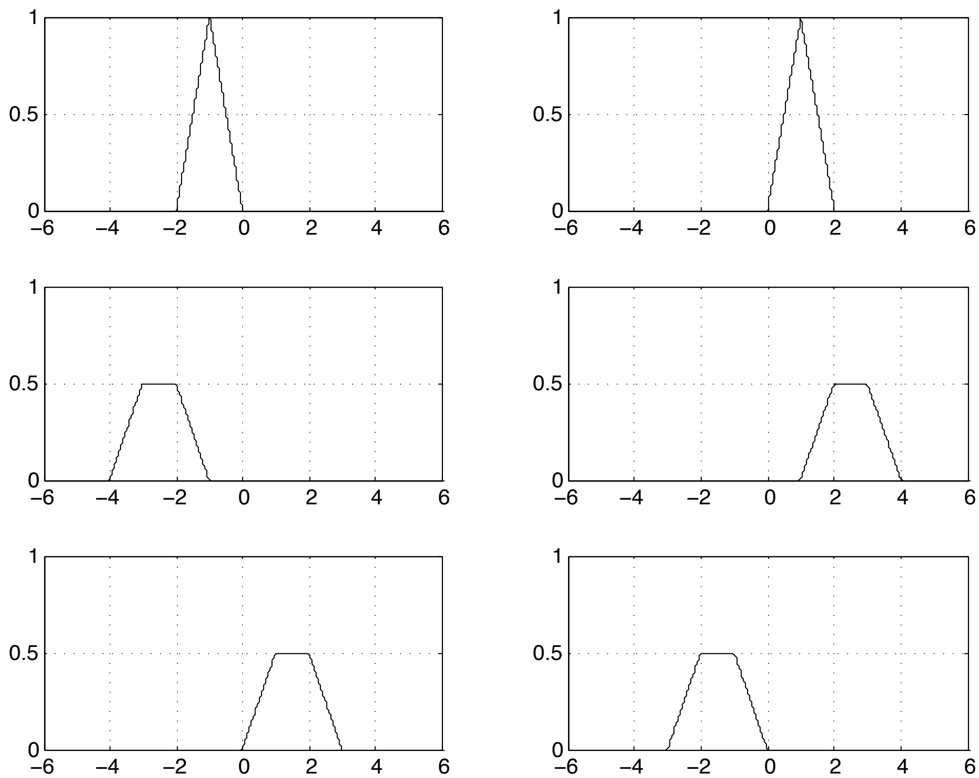
☐ ☐

3. Date due V.C. i.i.d. $U$ e $V$ uniformi in $[0, 1]$, si considerino le seguenti alternative per la definizione di $Y$:

   *1.* $Y = 1 + U + 2V$    *2.* $Y = 1 + 2U - V$    *3.* $Y = 1 + U - V$

   *4.* $Y = -1 - 2U - V$    *5.* $Y = -U - 2V$    *6.* $Y = -U - V$

   Scrivere sopra i grafici della ddp di $Y$ il numero della scelta corretta.



4. Date due V.C. $V$ e $W$ gaussiane standard indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di $X$ e $Y$:

| | | |
|---|---|---|
| *1.* $X = V - 2W$, $Y = W$ | *2.* $X = 3V + 2W$, $Y = W$ | *3.* $X = V + 2W$, $Y = -3W$ |
| *4.* $X = 4V$, $Y = -V + 2W$ | *5.* $X = 2V$, $Y = V + 4W$ | *6.* $X = -2V$, $Y = 2V - 2W$ |

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.